



41. Mathematik-Olympiade

3. Stufe (Landesrunde)

Klasse 8

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

410834

Die bei einer Lotterie ausgeschütteten Gewinne waren sämtlich voneinander verschieden. Der höchste Gewinn war 88-mal so groß wie der niedrigste Gewinn. Jeder der drei höchsten Gewinne unterschied sich von dem nächst niedrigeren Gewinn um 15 000 €.

Die übrigen Gewinne waren ebenfalls um einen gleichen Betrag abgestuft; der kleinste Gewinn war 5 000 €, der drittniedrigste 18 000 €.

Ermittle die Anzahl der Gewinne und die insgesamt ausgeschüttete Gewinnsumme!

410835

Es seien $ABCD$ ein Quadrat, k_1 der Halbkreis über der Strecke \overline{AB} , dessen Punkte sämtlich im Inneren von $ABCD$ liegen, und k_2 der Viertelkreisbogen um B mit dem Radius \overline{AB} , dessen Punkte ebenfalls sämtlich im Inneren von $ABCD$ liegen. Außerdem schneide ein von B ausgehender Strahl den Halbkreis k_1 in E , den Kreisbogen k_2 in F und die Strecke \overline{AD} in P .

- a) Torsten behauptet, dass die Winkel EAF und FAD die gleiche Größe haben.

Beweise oder widerlege Torstens Behauptung!

- b) Ermittle die Größe φ des Winkels AFB in Abhängigkeit von der Größe α_1 des Winkels BAE !

410836

Ein quaderförmiges, allseitig geschlossenes Gefäß mit den Kantenlängen $a = b = 6$ cm und $c = 8$ cm steht auf einer horizontalen Ebene und sei bis zu einer Höhe von $h = 2,5$ cm mit Wasser gefüllt. Dabei halte die Strecke \overline{EF} die Lage des Wasserspiegels in der Vorderansicht fest (s. Abbildung).

- a) Das Gefäß werde um die durch B verlaufende Kante k um 30° gekippt.

Konstruiere die Stellung des Gefäßes und die Lage des Wasserspiegels in der Vorderansicht! Bezeichne dabei das Bild von $ABCD$ bei der Drehung $(B; 30^\circ)$ mit $A'BC'D'$ und die Strecke, die den Wasserspiegel nach dem Kippen darstellt, mit \overline{PQ} .

(Die Verwendung eines Geodreiecks ist zugelassen. Eine Begründung wird nicht verlangt.)

- b) Konstruiere einen Drehwinkel mit der Größe φ_1 so, dass bei der Drehung $(B; \varphi_1)$ für die den Wasserspiegel darstellende Strecke \overline{PQ} speziell $P = A'$ gilt?

Beschreibe die zugehörige Konstruktion und beweise, dass für die so konstruierte Strecke \overline{PQ} der Inhalt des Dreiecks PBQ gleich dem Inhalt des Rechtecks $ABFE$ ist und dass $PQ \parallel AB$ gilt!

[Die Wanddicke des Gefäßes sowie die Adhäsion am Rand des Wasserspiegels sollen keine Rolle spielen.]

