



41. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

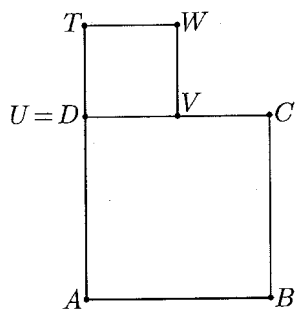
411021

Beim Sportunterricht wird zum Federballspiel eine Klasse mit 22 Schülern in 11 Gruppen zu je 2 Schülern aufgeteilt. Wieviele verschiedene solcher Aufteilungen sind möglich?

Hinweise:

- 1) Vertauscht man die beiden Schüler einer Gruppe G miteinander, so gilt die entstehende Gruppe nicht als verschieden von G .
- 2) Ändert man in einer Aufteilung A die Reihenfolge der 11 Gruppen, so gilt die entstehende Aufteilung nicht als verschieden von A .

411022



Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 2. Auf der Seite CD sei ein Quadrat $TUVW$ mit der Seitenlänge 1 wie in der Abbildung nach außen errichtet. Das Quadrat $TUVW$ „rollt“ um das Quadrat $ABCD$ derart, dass bei der ersten Bewegung das Quadrat $TUVW$ eine Drehung um den Punkt V ausführt, bis Punkt W auf dem Punkt C liegt. Danach folgt eine Drehung um C usw. Die Drehungen werden so lange fortgesetzt, bis schließlich Punkt T seine Ausgangslage erreicht hat. Wie lang ist der Weg, den der Punkt T bei diesem „Rollen“ zurückgelegt hat?

411023

Für jede natürliche Zahl n sei $q(n)$ die Quersumme von n und

$$d(n) = |q(n+1) - q(n)|.$$

Bestimmen Sie die Menge aller Werte, die $d(n)$ annimmt, wenn n alle natürlichen Zahlen durchläuft.

411024

Anne behauptet: Wenn ein n -Eck einen Inkreis (einen Kreis, der alle Seiten berührt) hat und wenn alle seine Seiten dieselbe Länge haben, dann hat das n -Eck auch einen Umkreis (einen Kreis, der durch alle Ecken geht).

Bernd behauptet:

- (1) So allgemein stimmt das nicht.
- (2) Annes Behauptung wird aber richtig, wenn man zusätzlich voraussetzt, dass n eine ungerade Zahl ist.
- (3) In diesem Fall folgt sogar, dass der Inkreis und der Umkreis zueinander konzentrisch sind.

Untersuchen Sie für jede von Bernds drei Aussagen, ob sie wahr oder falsch ist!