Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

41. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

410721

Fünf Kugeln, und zwar drei weiße und zwei schwarze, werden so an drei Personen A, B und C verteilt, dass jede dieser Personen wenigstens eine, jedoch höchstens zwei Kugeln erhält. Nach der Verteilung dieser Kugeln sagen diese drei Personen folgendes aus:

A: „Ich habe nur Kugeln gleicher Farbe in der Hand.“

B: „Ich erhielt Kugeln mit unterschiedlicher Farbe.“

C: „Ich habe genau zwei Kugeln erhalten.“

Wie wurden die Kugeln verteilt, wenn wir wissen, dass alle von diesen drei Personen gemachten Aussagen falsch sind?

410722

Zwei Eichhörnchen sammeln seit Wochen Walnüsse aus unserem Walnussbaum. Drei Viertel der Walnüsse werden sie im Winter wieder finden und fressen. Vom Rest werden zwei Drittel von anderen Eichhörnchen gefressen und neun Zehntel der jetzt noch verbleibenden Nüsse verfaulen. Aus dem Rest wachsen neue Walnussbäume.
Wie viele Walnüsse haben die beiden Eichhörnchen gesammelt, wenn im nächsten Jahr zwei Walnussbäume wachsen?
Weise durch eine Probe nach, dass das von dir ermittelte Resultat stimmt!

410723

a) Konstruiere ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge $|AB| = a = 4\,\text{cm}$. Konstruiere nun mit den zwei zusätzlichen Punkten E und F das Quadrat $AEFC$, das den Punkt B als inneren Punkt enthält!

   (Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.)

   Ermittle den Flächeninhalt des Quadrats $AEFC$!

b) Konstruiere ein Rechteck $ABCD$ mit den Seitenlängen $|AB| = a = 3\,\text{cm}$ und $|BC| = b = 6\,\text{cm}$ sowie das Quadrat $AEFC$, das den Punkt B als inneren Punkt enthält!

   (Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.)

   Ermittle den Flächeninhalt des Quadrats $AEFC$!

410724

Manche natürliche Zahlen lassen sich als Summe aufeinander folgender natürlicher Zahlen schreiben, zum Beispiel $27 = 8 + 9 + 10$.
Bei manchen Zahlen ist das auch auf verschiedene Weise möglich, zum Beispiel $15 = 4 + 5 + 6$ oder auch $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

a) Zeige: Zahlen, die sich als Summe von zwei aufeinander folgenden Zahlen schreiben lassen, können niemals als Summe von vier aufeinander folgenden Zahlen geschrieben werden.

b) Gib zwei (von der Zahl 15 verschiedene) Zahlen an, die sich ebenfalls sowohl als Summe von drei aufeinander folgenden Zahlen als auch als Summe von fünf aufeinander folgenden Zahlen schreiben lassen!

c) Untersuche, ob es Zahlen gibt, die sich sowohl als Summe von vier aufeinander folgenden Zahlen als auch als Summe von acht aufeinander folgenden Zahlen schreiben lassen!