

40. Mathematik-Olympiade

4. Stufe (Bundesrunde)

Klasse 11

Aufgaben

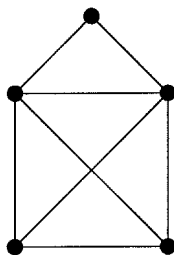
2. Tag



Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

401144

Wie viele Möglichkeiten gibt es, das „Haus vom Nikolaus“ (siehe Abbildung) zu zeichnen? Dabei darf der Stift nicht abgesetzt, keine Kante doppelt gezeichnet und nur an den markierten Ecken des Hauses die Richtung gewechselt werden.



401145

Die Zahlenfolge (x_k) der Fibonacci-Zahlen ist durch $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ und die Bildungsvorschrift

$$x_{k+2} = x_{k+1} + x_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

gegeben.

- Man beweise, dass es eine Fibonacci-Zahl gibt, die im dekadischen Positionssystem auf die Ziffer Neun endet.
- Man untersuche, für welche n es Fibonacci-Zahlen gibt, deren letzte n Ziffern im dekadischen Positionssystem sämtlich Neunen sind.

401146

Die Punkte M , N , P und Q seien die Mittelpunkte der Kanten \overline{AB} , \overline{AD} , \overline{SC} und \overline{SD} der vierseitigen Pyramide $SABCD$ mit der Grundfläche $ABCD$. Die Dreiecke $\triangle ABD$ und $\triangle BCD$ seien flächengleich.

In welchem Verhältnis stehen die Volumina der Pyramiden $SABCD$ und $MNPQ$ zueinander?