



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Länderrunde)
Klasse 9
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

400934

Gegeben sei ein Würfel W . Ermitteln Sie die Anzahl aller derjenigen Punkte P im Innern von W , die der folgenden Bedingung (*) genügen:

- (*) Es gibt eine Streckenlänge a so, dass die Lote von P auf die sechs Seitenflächen von W in irgendeiner Reihenfolge die Längen $a, 2a, 3a, 4a, 5a$ und $6a$ haben.

400935

Auf dem Bogen eines Halbkreises mit dem Durchmesser \overline{AB} seien drei Punkte C, D und E so gelegen, dass die Sehnen \overline{AC} und \overline{CD} einander gleichlang sind, der Punkt E dem Bogen von D nach B angehört und keine zwei dieser fünf Punkte miteinander zusammenfallen.

Beweisen Sie, dass sich unter dieser Voraussetzung die Sehnen \overline{AE} und \overline{BC} im gleichen Winkel schneiden wie die Sehnen \overline{CE} und \overline{BD} !

400936

- (a) Über eine natürliche Zahl $z > 10$ sei vorausgesetzt, dass ihre letzte Ziffer eine 5 ist. Kann man aus dieser Voraussetzung eine Antwort auf die Frage herleiten, ob die drittletzte Ziffer der Zahl z^2 gerade oder ungerade ist?
- (b) Über eine natürliche Zahl z sei vorausgesetzt, dass ihre letzten zwei Ziffern 55 lauten. Leiten Sie aus dieser Voraussetzung die Antwort auf die Frage her: Wie lautet die drittletzte Ziffer der Zahl z^2 ?