



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

40. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regional)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

400721

Lisa, Maxi und Nicole machen beim Hochsprung den Sieg unter sich aus. Über das Ergebnis des Wettkampfes erzählt Tom:

”Lisa wurde nicht Erste. Nicole wurde nicht Zweite. Maxi wurde Zweite.”

Es stellte sich aber heraus, dass von den drei Aussagen Toms genau eine richtig war. Welches der Mädchen gewann den Wettkampf, wenn außerdem bekannt ist, dass die genannten Mädchen unterschiedliche Höhen übersprangen?

400722

Unter $n!$ (gelesen: n -Fakultät) versteht man das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n .

(Beispiele: $2! = 1 \cdot 2 = 2$, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. Sinngemäß wird auch $1! = 1$ erklärt.)

a) Berechne die Werte der folgenden Terme:

$$T_1 = 6! + 4!, \quad T_2 = 6! - 4!, \quad T_3 = 6! : 4!$$

b) Es gibt eine natürliche Zahl $k \geq 2$, für die die folgende Aussage **A** wahr ist:

A: Für alle natürlichen Zahlen $n \geq k$ hat der Wert des Terms
 $T(n) = n! - (n - 1)!$ dieselbe Einerziffer.

Wie lautet die *kleinste* natürliche Zahl k , für die die Aussage **A** wahr ist?

Wie lautet dann die in **A** genannte Einerziffer?

Begründe deine Antworten!

c) Stelle für jede der folgenden Aussagen **X** und **Y** fest, ob sie wahr ist! Begründe deine Feststellungen!

X: Für jede natürliche Zahl $n \geq 2$ ist $n!$ durch $(n - 1)$ teilbar.

Y: Für jede natürliche Zahl $n \geq 2$ ist $(n! - 1)$ eine ungerade, nicht durch 3 teilbare Zahl.

400723

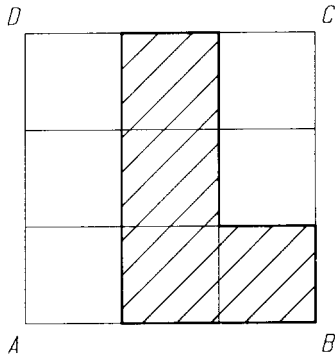


Abb. a

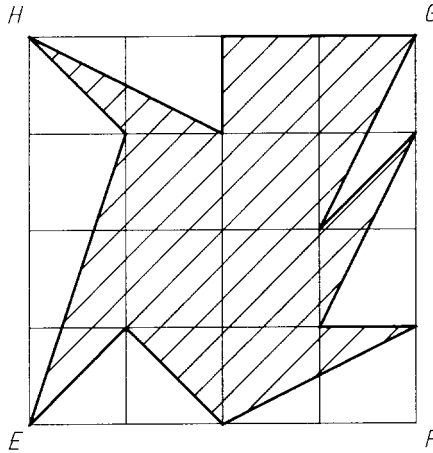


Abb. b

- a) Abb. a zeigt ein Quadrat $ABCD$, das aus 9 flächeninhaltsgleichen Teilquadraten besteht. Der Umfang der schraffierten Fläche betrage 50 cm. Ermittle unter diesen Voraussetzungen den Flächeninhalt der schraffierten Fläche!
- b) Abb. b zeigt ein Quadrat $EFGH$, das aus 16 flächeninhaltsgleichen Teilquadraten besteht. Die Seitenlänge des Quadrates $EFGH$ betrage a . Ermittle den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von a !

400724

Herr Schmidt will seinen Garten in Ordnung bringen. Er würde dazu 12 Stunden brauchen; das ist ihm zu viel. Deshalb bittet er seine Söhne Max und Philipp um Mithilfe.

Wenn alle drei zusammen arbeiten, würden sie die Arbeit in 5 Stunden schaffen. Dabei sei angenommen, dass Philipp ebenso schnell arbeitet wie Max.

- a) Schafft Max in einer Stunde mehr oder weniger als sein Vater oder ebenso viel?
Begründe deine Antwort!
- b) In welcher Zeit würden Max und Philipp zusammen die Arbeit ohne ihren Vater schaffen?
- c) Alle drei beginnen zusammen mit der Arbeit. Max hört nach 2 Stunden auf, Philipp nach 4 Stunden. Wie lange muss Herr Schmidt noch allein arbeiten?