



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

39. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 10
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

391044

In einem rechtwinkligen Dreieck ABC sei P der Berührungspunkt des Innkreises mit der Hypotenuse AB . Die Längen der Strecken \overline{AP} und \overline{BP} seien d und e . Beweisen Sie, dass dann für den Flächeninhalt F des Dreiecks

$$F = d \cdot e \quad (1)$$

gilt.

391045

$P(x)$ sei ein Polynom vom Grad 20, d.h.

$P(x) = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + \dots + a_1x + a_0$ mit ganzen Zahlen a_{20}, \dots, a_0 .

p und q seien zwei Primzahlen, zwischen denen keine weitere Primzahl liegt, und es sei bekannt, dass $P(p) = 1234$ und $P(q) = 4321$ gilt.

Stellen Sie fest, ob sich aus diesen Angaben p und q eindeutig bestimmen lassen und ermitteln Sie gegebenenfalls p und q .

391046

Zur Dekoration eines Raumes benötigt man 100 verschiedene Bänder, die senkrecht aufgehängt werden sollen. Zur Verfügung stehen 4 Arten von kleinen Stücken, rote und blaue 10 cm lange Stücke und rote und blaue 20cm lange Stücke. Aus diesen kleinen Stücken sollen die Bänder zusammengenäht werden, aber niemals rote und blaue Stücke zusammen. Wie lang müssen die Bänder mindestens werden, damit man 100 verschiedene zusammennähen kann ?