



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

**39. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Länderrunde)**  
**Klasse 6**  
**Aufgaben**  
**1. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

**390631**

Jens hat ein merkwürdiges mathematisches Gedächtnis. Als sein Freund ihm seine neue Telefonnummer mitgeteilt hat, kann er sich später an folgendes erinnern:

- (1) Alle fünf Ziffern sind Primzahlen.
- (2) Die dritte Ziffer ist gleich der vierten Ziffer, sonst ist keine Ziffer einer anderen gleich.
- (3) Die Quersumme der Telefonnummer ist 22. Wie viele Telefonnummern muß Jens höchstens ausprobieren ? Wie heißen sie ?

**390632**

$n \times n$  Nägel werden in einer quadratischen Anordnung auf ein Brett genagelt (Du kennst diese Vorstellung schon aus der 2. Runde).

Nun werden Gummibänder so über die Nägel gespannt, dass sie jeweils ein Dreieck bilden.

- a) Nimm das kleinste rechtwinklige Dreieck. Wie oft kommt es auf einem  $4 \times 4$ -Nagelbrett vor ?
- b) Wie oft kommt dieses Dreieck auf einem  $5 \times 5$ -Nagelbrett vor ?
- c) Wie oft kommt es auf einem  $n \times n$ -Nagelbrett vor ?
- d) Verschieden sind zwei Dreiecke auf dem Nagelbrett, wenn sie sich in der Form oder in der Größe unterscheiden.

Es gibt auf dem  $4 \times 4$ -Nagelbrett 29 verschiedene Dreiecke. Zeichne davon sechzehn, die man zwar auf dem  $4 \times 4$ -Nagelbrett erhalten kann, aber nicht auf einem  $3 \times 3$ -Nagelbrett !

390633

Herr Grünvogel hat sich umweltbewusst einen Regenwassersammeltank angeschafft. Der Tank wird durch Rohre von vier verschieden großen Dachteilen gefüllt. Das erste Dachteil allein würde den Tank bei einem normalen Dauerregen in 6 Stunden füllen, das zweite Dachteil allein in vier Stunden, das dritte Dachteil allein in drei Stunden und das vierte Dachteil allein in zwei Stunden.

- a) Herr Grünvogel läßt beim nächsten Regen das Wasser von allen vier Dachteilen in den Tank fließen. Nach wie vielen Minuten muß er die Zuflusshähne schließen, wenn der Tank nicht überlaufen soll ?
- b) Leider lag auf dem zweiten Dachteil Laub, das nach einer halben Stunde das Rohr von diesem Dachteil zum Tank verstopft hat. Nach wie vielen Minuten ist jetzt der Tank gefüllt ?