



39. Mathematik-Olympiade
2 Stufe (Schulrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

390821

Mario fragt Sven nach der Kraftfahrzeugnummer des PKW seines Vaters. Sven antwortet scherzhaft:

„Die Nummer ist vierstellig. Die erste Ziffer ist gleich der zweiten Ziffer, die dritte gleich der vierten. Außerdem ist die Kraftfahrzeugnummer eine Quadratzahl. Nun finde sie selbst!“
 Untersuche, ob es eine Nummer mit diesen Eigenschaften gibt und ob sie durch diese Eigenschaften eindeutig bestimmt ist!

390822

Zu Beginn der Sommerferien wälzt sich im „zähfließenden Verkehr“ eine 40 km lange Autoschlange auf der Autobahn in Richtung Süden. Hubschrauber beobachten sie und stellen fest:

Ihre Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt $10 \frac{km}{h}$.

- (a) Ein Hubschrauber überfliegt die gesamte Autoschlange in ihrer Fahrtrichtung mit der Geschwindigkeit $210 \frac{km}{h}$. Wie viele Minuten benötigt er?
- (b) Eine Stunde später ist die Autoschlange nur noch 25 km lang. Nun überfliegt der Hubschrauber die Autoschlange mit der Geschwindigkeit von $180 \frac{km}{h}$ entgegen ihrer Fahrtrichtung. Er benötigt dazu 7,5 Minuten.
 Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich nun die Autoschlange?

390823

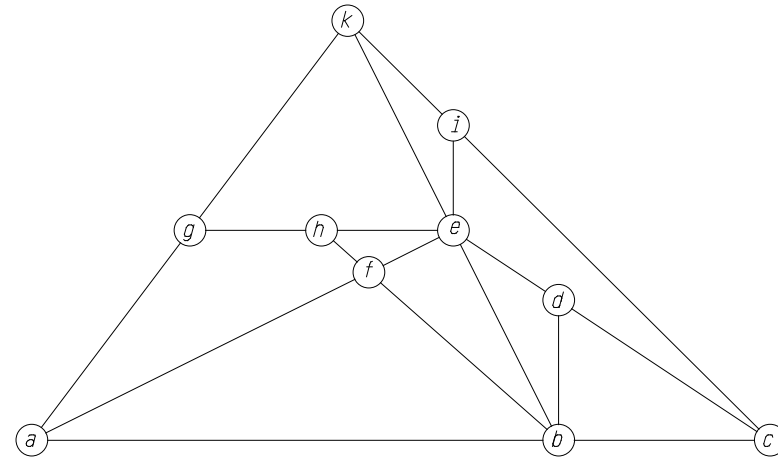
- (a) Ein Dreieck ABC hat folgende Eigenschaften:
- (1) Die Maßzahlen der in Zentimeter gemessenen Seitenlängen sind drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.
 - (2) Der Umfang ist um 25 cm größer als die kürzeste Seite.
- Wie lang sind die Seiten dieses Dreiecks?

- (a) Gegeben sei eine natürliche Zahl n . Gesucht sind alle diejenigen Dreiecke, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) wie in (a).
- (2) Der Umfang ist um n cm länger als die kürzeste Seite.

- I. Wenn es ein solches Dreieck gibt, wie lang sind dann seine Seiten? Nenne diese Seitenlängen, mit Hilfe von n ausgedrückt!
- II. Untersuche, für welche natürlichen Zahlen n es ein solches Dreieck gibt!

390824



In die Felder dieser Abbildung sollen anstelle der Buchstaben Zahlen eingetragen werden. Dabei soll gelten:

- (1) Jede der Zahlen 1, 2, ..., 10 kommt genau einmal vor.
- (2) Jeweils in Feldern, die durch eine gerade Linie verbunden sind, beträgt die Summe 15, d.h. es gelten die Gleichungen
 $a+b+c = a+f+e = a+g+k = b+d = b+e+k = b+f+h = c+d+e = c+i+k = e+h+g = e+i = 15$

- (a) Gib eine Eintragung an, bei der außer (1) und (2) auch
 (3) $e = 5$ und $k = 2$
 gilt! Beweise, dass diese Eintragung die einzige ist, die (1), (2) und (3) erfüllt!
- (b) Gib eine von der in (a) gefundenen verschiedenen Eintragung an, die (1) und (2) erfüllt!
 Beweise, dass die zwei in (a) und (b) gefundenen Eintragungen die einzigen sind, die (1) und (2) erfüllen!