



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

39. Mathematik-Olympiade
1 Stufe (Schulrunde)
Klassen 9 und 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

391011

Bei einer Familienfeier am Ende des Jahres 1998 stellte einer der fünf Anwesenden fest: Das Produkt unserer fünf Lebensalter, wenn man sie ganzzahlig angibt, beträgt 1418395. Ein anderes Familienmitglied bemerkte: am Ende des Jahres 2000 wird das Produkt unserer fünf Lebensalter weniger als das Dreifache des heutigen Wertes betragen. Ein Dritter äußerte: Zum Glück für diese Rechnerei ist keiner von uns älter als 100 Jahre.

Wie alt waren im Jahre 1998 die fünf Personen, wenn ihre Aussagen zutreffen?

391012

Wir betrachten alle natürlichen Zahlen n , für die gilt, dass jede dieser Zahlen im Dezimalsystem mit 150 Ziffern 4 und beliebig vielen Ziffern 0 und sonst keinen anderen Ziffern geschrieben wird.

Kann eine dieser Zahlen n eine Quadratzahl sein ?

391013

Wie viel Paare natürlicher Zahlen (a, b) erfüllen die Ungleichung

$$19 < a + b < 98 ?$$

391914

Zur Dekoration eines Raumes sollen 2 m lange Bänder aus kürzeren Bandstücken zusammengenäht werden. Zur Verfügung stehen: Blaue Stücke der Länge 10 cm, rote Stücke der Länge 20 cm und gelbe Stücke der Länge 30 cm, jeweils in genügender Anzahl. Beim Zusammennähen sollen niemals zwei einander gleichfarbige Stücke nebeneinander kommen. Wie viele verschiedene Bänder können insgesamt hergestellt werden?

Hinweis: „Anfang“ und „Ende“ eines fertigen Bandes sind zu unterscheiden, weil am Anfang eine Schlaufe zum Aufhängen angebracht ist. Zwei fertige Bänder gelten dann als voneinander verschieden, wenn sie sich in der Reihenfolge der Farben, vom „Anfang“ an aufgezählt, unterscheiden.

391015

Gegeben sei der Bruchterm B

$$B = \frac{x^4 - 4x^2 - 5x - 4}{x^4 + x^2 + 1}$$

- (a) Für welche ganzzahligen Werte von x nimmt B ganzzahlige Werte an?
(b) Welches ist der kleinstmögliche Wert, den B für rationale Zahlen x annehmen kann?

391016

Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$ und ein beweglicher Punkt X auf der Diagonalen BD . Der Fußpunkt des Lotes von X auf AB sei E , der Fußpunkt des Lotes von X auf AD sei F . Y sei der Schnittpunkt der Strecken CF und DE .

Welche Kurve durchläuft Y , wenn X die Diagonale von D bis B durchläuft?