



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 11-13
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

381344

In einem Quadrat Q der Seitenlänge 1 liegt ein konvexes Polygon P .
Man zeige: Der Umfang von P ist nicht größer als 4.

381345

Für reelle Zahlen x , y und z betrachte man die Ungleichung

$$|x - y| + |y - z| + |z - x| \leq a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1)$$

- Beweisen Sie die Gültigkeit der Ungleichung (1) für $a = 2\sqrt{2}$.
- Zeigen Sie, daß unter den zusätzlichen Voraussetzungen $x \geq 0$, $y \geq 0$ und $z \geq 0$ die Ungleichung (1) sogar für $a = 2$ gilt.

Von den nachstehenden Aufgaben 381346A und 381346B ist genau eine auszuwählen und zu lösen:

381346A

Ein gleichschenkelig rechtwinkliges Dreieck soll in eine gewisse Anzahl von Dreiecken zerschnitten werden, die sämtlich spitzwinklig sind. Man bestimme die kleinstmögliche Anzahl m , für die dies möglich ist.

331346B

Man ermittle alle Paare (m, n) natürlicher Zahlen, für die $4^m + 5^n$ Quadratzahl ist.