



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 10
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

381044

Bestimmen Sie alle Tripel (x, y, z) von natürlichen Zahlen x, y und z , für die gilt

- (1) $x > y > z > 0$ und
- (2) $1/x + 2/y + 3/z = 1$.

381045

Beweisen Sie, daß es im Inneren eines regulären Tetraeders $ABCD$ für jedes Quadrupel (a, b, c, d) positiver reeller Zahlen a, b, c, d einen Punkt S gibt, dessen Abstände von den vier Seitenflächen des Tetraeders das Verhältnis $a : b : c : d$ bilden.

381046

In einer Ebene sind ABC ein gleichseitiges Dreieck und P ein beliebiger Punkt. Zeigen Sie, daß dann stets gilt:

$$\overline{AP} \leq \overline{BP} + \overline{CP} \quad (1)$$

Konstruieren Sie ferner einen Punkt P mit $P \neq B$ und $P \neq C$, für den in (1) das Gleichheitszeichen gilt.