



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Länderrunde)
Klasse 7
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

380731

Drei Pumpen A, B und C arbeiten mit unterschiedlicher Leistung. Bei gleichzeitigem Einsatz füllen sie ein Wasserbecken W in genau einer Stunde.
Eines Morgens werden die drei Pumpen um 8.00 Uhr in Betrieb gesetzt; um 8.30 Uhr wird Pumpe A abgeschaltet. Es dauert nun bis 9.20 Uhr, bis die Pumpen B und C gemeinsam das Becken W vollständig gefüllt haben.
Am folgenden Tag soll das Becken W nur durch Pumpe A gefüllt werden. Wie lange dauert das?

380732

Stefan und Thomas würfeln mit drei Würfeln. Sie notieren nach jedem Wurf die drei erhaltenen Augenzahlen a, b, c in der Darstellung (a, b, c) , wobei sie diese drei Zahlen so anordnen, daß $a \geq b \geq c$ gilt. Sie nennen auch zwei Würfe nur dann voneinander „verschieden“, wenn die beiden Würfe auf diese Weise zu verschiedenen Darstellungen führen.

Zum Beispiel gelten die beiden folgenden Würfe als nicht voneinander verschieden:

Erster Wurf: 1.Würfel 5, 2.Würfel 4, 3.Würfel 1.

Zweiter Wurf: 1.Würfel 1, 2.Würfel 5, 3.Würfel 4.

- Stefan und Thomas notieren auch zu jedem Wurf die Summe $s = a + b + c$ der drei Augenzahlen. Welches ist die kleinste Summe und welches die größte Summe, die bei einem Wurf auftreten kann?
- Stefan fragt sich: „Wie viele verschiedene Würfe gibt es insgesamt, bei denen die Summe der drei Augenzahlen den Wert 12 hat?“ Beantworte diese Frage!
- Thomas überlegt: „Wie viele verschiedene Würfe gibt es insgesamt, bei denen wenigstens einer der Würfel die Augenzahl 6 aufweist?“ Ermittle auch diese Anzahl!
- Nach genau 50 Würfeln beenden Stefan und Thomas das Würfeln. Können bis dahin alle möglichen verschiedenen Würfe vorgekommen sein? Begründe deine Antwort!

380733

Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$ der Seitenlänge $\overline{AB} = 8$ cm. Gegeben sei ferner eine natürliche Zahl n . Auf der Seite BC liege derjenige Punkt E , für den $\overline{BE} = n \cdot \overline{CE}$ gilt. Der Mittelpunkt der Seite CD sei mit F bezeichnet. Die Gerade durch E und F schneide die Verlängerung der Seite AB in G .

- Ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks BGE , wenn die gegebene Zahl $n = 3$ ist !
- Ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks BGE in Abhängigkeit von n (als beliebig gegebener Zahl) !