



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

38. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

380921

Auf kariertem Papier ist ein Quadrat abgegrenzt, welches 25 Einheitsquadrate umfaßt. Wie viele Rechtecke gibt es in diesem Quadrat, die ein oder mehrere Einheitsquadrate umfassen ?

380922

Die natürlichen Zahlen x , y und z seien so gewählt, daß die Zahlen 2^x , 2^y und 2^z bei Division durch 7 paarweise verschiedene Reste ergeben.
Man beweise, daß dann die Zahl $n = 2^x + 2^y + 2^z$ stets durch 7 teilbar ist.

380923

Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 1. Um C und um D wird jeweils ein Viertelkreisbogen mit dem Radius 1 so gezeichnet, daß sich diese Viertelkreisbögen im Inneren des Quadrats in einem Punkt E schneiden. ABE sei die Fläche, die von Kreisbögen und der Quadratseite AB begrenzt wird, CDE sei die Fläche, die von Kreisbögen und der Quadratseite CD begrenzt wird.
Berechnen Sie die Differenz der Flächeninhalte von CDE und ABE auf zwei Dezimalen nach dem Komma genau! Begründen Sie auch, daß Sie diese Genauigkeit erreicht haben !

380924

Zwischen Andrea (A), Bernd (B) und dem Vater (V) fand folgendes Gespräch statt. Die Altersangaben erfolgten dabei in ganzen Jahren.

- (1) B: Wenn ich halb so alt wäre, wie ich bin, wäre V fünfmal so alt wie ich.
- (2) A: Wenn ich so alt sein werde wie B jetzt, dann sind V und B zusammen 100 Jahre alt.
- (3) V: Man kann A anmerken, daß sie schon an ihren nächsten Start in der Mathematikolympiade denkt.

Zeigen Sie, daß es Altersangaben gibt, mit denen die Angaben diese Gesprächs zutreffen können, und daß die Altersangaben eindeutig aus dem Gespräch bestimmt sind ! Welches sind diese Altersangaben ?