



Aufgabenausschuß des Mathematik-Olympiaden e.V.

**38. Mathematik-Olympiade**  
**1 Stufe (Schulrunde)**  
**Klassen 9 und 10**  
**Aufgaben**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Bitte wählen Sie zur Bearbeitung vier der sechs Aufgaben aus !

381011

Im Positionssystem mit der Basis  $B$  wird jede natürliche Zahl  $n$  als Summe von Vielfachen von Potenzen der Zahl  $B$  dargestellt. Zur Vielfachbildung sind dabei alle natürlichen Zahlen zugelassen, die kleiner als  $B$  sind. Sie werden die *Ziffern* der Zahl  $n$  genannt. Zur Angabe zu  $n$  beschränkt man sich auf die Angabe der Ziffernfolge. Zum Beispiel bezeichnet im Positionssystem mit der Basis  $B = 10$  die Ziffernfolge 103 die Zahl  $n = 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$ . Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen  $B > 1$ , mit denen im Ziffernsystem mit der Basis  $b$  die Gleichung  $11^3 = 1331$  gilt!

381012

Die Polizei einer kleinen Stadt veröffentlicht eine Statistik, nach der 92% aller Verbrechen in schlecht beleuchteten Straßen stattfinden. In dieser Stadt sind 5% aller Straßen gut beleuchtet.

In welcher Art von Straßen ereignen sich nach dieser Statistik mehr Verbrechen, in einer schlecht oder in einer gut erleuchteten Straße ?

381013

Beim Doppelkopf hat Bernd 5 Damen. Wieviel verschiedene Zusammenstellungen von 5 Damen des Doppelkopf-Blattes gibt es überhaupt? Auf die Reihenfolge kommt es nicht an. Zusammenstellungen sind also genau dann verschieden, wenn sie sich für mindestens eine Farbe in der Anzahl der Damen dieser Farbe unterscheiden. (Doppelkopfkarten: 4 Farben (Kreuz, Pik, Herz und Karo), pro Farbe 5 verschiedene Karten (As, König, Dame, Bube, Zehn), alle Karten doppelt)

381014

(a) Im Schulhort bauen Jens und Dirk Stapel aus Bausteinen. Ganz oben liegt ein Stein, in der Reihe darunter liegen 2 Steine, darunter 3 und so weiter. Bei der Höhe 10 und 11 stellen sie fest, daß sie 55 bzw. 66 Steine benötigen. Die (mehrstellige) Zahl der Bausteine besteht also in diesen Beispielen nur aus gleichen Ziffern. Bei welcher nächsten Höhe tritt dieser Fall wieder ein ?

(b) Lösen Sie diese Aufgabe auch unter Verwendung eines Computerprogramms!

381015

Aus  $10 \times 10$  „kleinen“, einander gleichen Quadraten werde ein „großes“ Quadrat  $Q$  zusammengesetzt. Wie viele Quadrate, die aus einem oder mehreren „kleinen“ Quadraten zusammengesetzt sind, gibt es in  $Q$  insgesamt ?

381016

- (a) Beweisen Sie, daß für je 4 Punkte  $A, B, C, D$  die Mittelpunkte der Strecken  $AB, BC, CD, DA$  stets die Eckpunkte eines Parallelogramms sind oder andernfalls auf einer gemeinsamen Geraden liegen !
- (b) Überprüfen Sie, ob diese Aussage davon abhängt, ob  $A, B, C, D$  in einer gemeinsamen Ebene liegen oder das Viereck  $ABCD$  ein „überschlagenes“ Viereck ist, d.h. ein Viereck, in dem sich die Strecken  $AB$  und  $CD$  oder die Strecken  $BC$  und  $DA$  schneiden!