

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionsaufgaben) Hilfslinien soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

371331

Man ermittle alle Paare $(x; y)$ reeller Zahlen, die das Gleichungssystem

$$xy(x + y) = 30 \quad (1)$$

$$x^3 + y^3 = 35 \quad (2)$$

erfüllen.

371332

Auf einem Halbkreis k vom Radius 1 über dem Durchmesser AB liegen zwei von A und B verschiedene Punkte C und D . Es bezeichne P und Q die Lotfußpunkte von C und D auf AB und N den Mittelpunkt der Strecke CD .

Man bestimme die größtmögliche Länge der Strecke CD , wenn vorausgesetzt wird, daß $\angle PNQ$ ein rechter Winkel ist.

Von den nachstehenden Aufgaben 371333A und 371333B ist genau eine auszuwählen und zu lösen:

371333A

Einige natürliche Zahlen, wie zum Beispiel **5**, **25** und **125**, stimmen mit der Endziffernfolge ihrer dritten Potenzen **125**, **15625** und **1953125** überein.

Um diese Besonderheit genauer zu untersuchen, sollen Zahlen mit dieser Eigenschaft **reproduzierende** Zahlen genannt werden.

- (a) Bestimmen Sie alle geraden vierstelligen reproduzierenden Zahlen.
- (b) Zeigen Sie, daß es für jede positive ganze Zahl m mindestens eine aber höchstens zwei gerade m -stellige reproduzierende Zahlen gibt.

371333B

Man beweise: Wenn in einem konvexen Sechseck $ABCDEF$ die Kanten AB und DE , BC und EF , CD und FA zueinander parallel sind und für die Diagonalen $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ gilt, so besitzt das Sechseck einen Umkreis, d.h., A , B , C , D , E , F liegen auf einem Kreis.