

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

371031

Zur Gestaltung einer Schulfest will die Klasse 10a ein Glücksrad bauen. Es soll, wie die Abb. A371031 zeigt, 5 Plätze zum Aufkleben von Bildern haben. Für die Bilder sind 7 Motive vorhanden, jedes Motiv in genügend vielen Exemplaren. Unter den Bildern auf dem Glücksrad soll es mindestens zwei geben, die voneinander verschiedene Motive zeigen, und für höchstens vier der Bilder soll gelten, daß je zwei voneinander verschiedene Motive zeigen.

Bei insgesamt wievielen verschiedenen Verteilungen von Motiven auf die Plätze sind diese Bedingungen erfüllt? Dabei gelten zwei Verteilungen genau dann als einander gleich, wenn nach einer geeigneten Drehung des Glücksrades an jeder Stelle des Rades bei der einen Verteilung dasselbe Motiv zu sehen ist wie bei der anderen Verteilung.

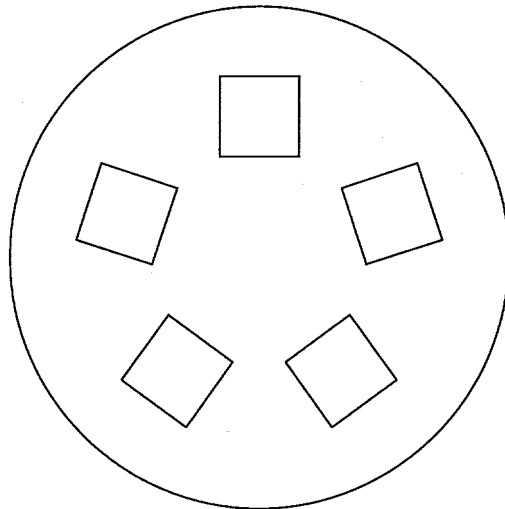


Abb. A371031

371032

Andreas will in einer Tabelle alle dreistelligen Zahlen notieren, geordnet nach der Anzahl ihrer Teiler (wobei er nur natürliche Zahlen als Teiler zählt, keine negativen (ganzen) Zahlen). Zu seiner Überraschung hat er selbst nach einigen Dutzenden von Proben noch keine Zahl gefunden, die genau 11 Teiler hat.

Birgit meint: Es gibt gar keine dreistellige Zahl mit genau 11 Teilern. Hat Birgit recht?

371033

Klaus zeichnet vier Geraden a, b, c, d , die zueinander parallel sind. Ihre Schnittpunkte A, B, C, D mit einer fünften Geraden g sind in dieser Reihenfolge (A, B, C, D) angeordnet. Der Abstand zwischen A und B ist ebenso groß wie der Abstand zwischen C und D . Nun will Klaus vier Punkte konstruieren, E auf a , F auf b , G auf d und H auf c , so daß Folgendes gilt: $EFGH$ ist ein Rechteck, und zwar unter allen Rechtecken, deren Ecken wie beschrieben auf den Geraden a, b, d, c liegen, mit kleinstmöglichem Flächeninhalt.

Beschreiben Sie, wie ein solches Rechteck (zu gegebenen a, b, c, d) konstruiert werden kann! Beweisen Sie, daß die von Ihnen beschriebene Konstruktion ein Rechteck der gewünschten Art ergibt!