

37. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klassen 5 und 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Stzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, gengt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzufhren.

Es wird empfohlen, vier der folgenden sechs Aufgaben zur Bearbeitung auszuwhlen.

370611

- (a) In einem 3×3 -Felder-Quadrat (siehe Abb. A370611) sind insgesamt 14 Quadrate enthalten. Sie haben nicht alle dieselbe Gre. Wie viele Quadrate von jeder Gre sind es?

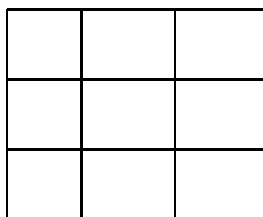


Abb. A370611

- (b) Wie viele Quadrate sind insgesamt in einem 4×4 -Felder-Quadrat enthalten?
(c) Wie viele Quadrate sind insgesamt in einem 7×7 -Felder-Quadrat enthalten?
(d) In einem $n \times n$ -Felder-Quadrat sind insgesamt 650 Quadrate enthalten. Wie gro ist n ?

370612

Rico lst die folgenden Aufgaben:

$$143 \cdot 14 =, \quad 143 \cdot 28 =, \quad 143 \cdot 42 =, \quad 143 \cdot 63 = .$$

Er macht dann einige interessante Beobachtungen.

- (a) Nenne Beobachtungen, die Rico ber die zweiten Faktoren und ber die Ergebnisse gemacht haben kann!
(b) Versuche, ob sich entsprechende Beobachtungen auch machen lassen, wenn man fr den zweiten Faktor geeignete Zahlen grer als 70 whlt!
(c) Gibt es zu diesen Beobachtungen eine Begrndung, die auch noch auf weitere Produkte zutrifft? Auf welche Produkte? Wie lautet eine solche Begrndung?

- (d) Welches ist der grte dreistellige Faktor, der mit 143 multipliziert ein Ergebnis der Form * * 0 * * liefert, worin die Sterne * fr geeignete Ziffern stehen?

370613

Vor der Stunde stand eine Aufgabe an der Tafel:

$$\begin{array}{rcccc}
 & & & & A \\
 + & & B & B & B \\
 + & & B & B & B \\
 + & & B & B & B \\
 + & & B & B & B \\
 \hline
 = & A & B & B & B
 \end{array}$$

Dabei stehen hier gleiche Buchstaben fr gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben fr verschiedene Ziffern.

Ralf und Ines finden nach dieser Regel Lsungen, d.h. Ziffern fr A und B , so da eine richtig gerechnete Aufgabe entsteht. Sie vergleichen dann ihre Lsungen und stellen fest, da sie zwei voneinander verschiedene Lsungen gefunden haben.

- (a) Gelingt es dir, sogar drei verschiedene Lsungen zu finden?
- (b) Gibt es mehr als drei verschiedene Lsungen? Begrnde deine Antwort!
- (c) Wie viele verschiedene Lsungen gibt es insgesamt, wenn das Tafelbild

$$\begin{array}{rcccc}
 & & & & A \\
 + & & B & B & B & B \\
 + & & B & B & B & B \\
 + & & B & B & B & B \\
 + & & B & B & B & B \\
 \hline
 = & A & B & B & B & B
 \end{array}$$

gewesen wre? Begrnde auch hier deine Antwort!

370614

Viele kennen die Geschichte von Alice im Wunderland. Im Wald des Vergessens trifft sie den Lwen und das Einhorn. Beide haben eine merkwrdige Eigenschaft:

- (1) Der Lwe lgt montags, dienstags und mittwochs und spricht an den anderen Tagen die Wahrheit.
- (2) Das Einhorn lgt donnerstags, freitags und samstags und sagt an den anderen Tagen die Wahrheit.

Als Alice nach dem Wochentag fragt, bekommt sie folgende Antworten:

Lwe: „Gestern war einer meiner Lgentage.“

Einhorn: „Auch bei mir war gestern ein Lgentag.“

An welchem Tag hat Alice die beiden gefragt?

370615

Man kann aus den sechs Ziffern 2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 9 zwei dreistellige Zahlen bilden, wobei jede Ziffer genau einmal verwendet wird. (Ein Beispiel sind etwa die Zahlen 539 und 742.) Dann kann man die Summe und das Produkt der beiden Zahlen berechnen. (Im Beispiel erhlt man $539 + 742 = 1281$ und $539 \cdot 742 = 399938$.)

- (a) Bilde aus den oben gegebenen Ziffern die beiden dreistelligen Zahlen so, da ihre Summe mglichst gro ist! Wie lautet diese Summe?
- (b) Nenne alle Mglichkeiten von zwei dreistelligen, aus den gegebenen Ziffern gebildeten Zahlen, die ebenfalls diese mglichst groe Summe ergeben! Beschreibe, wie du alle diese Summanden gefunden hast, und begrnde, warum sie die grtmgliche Summe liefern!
- (c) Bilde aus den gegebenen Ziffern die beiden dreistelligen Zahlen so, da ihre Summe mglichst klein ist! (Eine Angabe aller solchen Mglichkeiten und eine Begrndung soll hier nicht verlangt werden.)
- (d) Bilde die dreistelligen Zahlen so, da ihr Produkt mglichst gro ist! Bilde sie so, da ihr Produkt mglichst klein ist! (Auch hierzu wird eine Begrndung nicht verlangt.)

370616

Nach einer alten chinesischen Aufgabe (berliefert durch Chang Ch'iu-Chien aus dem 5.Jahrhundert):

„Ein Hahn ist fnf Geldstcke wert, eine Henne drei Geldstcke, und drei Kken kosten ein Geldstck. Mit 100 Geldstcken kauft man 100 Tiere.“

Finde alle mglichen Anzahlen fr Hhne, Hhner und Kken, die diese Bedingungen erfflen!