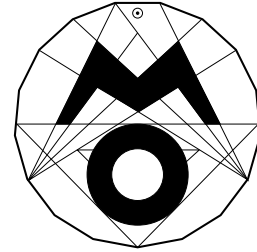


36. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklassen 11–13
Aufgaben – 1. Tag



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

361341

Man beweise: Es gibt keine von Null verschiedenen Quadratzahlen a, b, c, d , für die $a \cdot d - b \cdot c = a$ gilt.

361342

Als *ungeraden* Teil einer positiven ganzen Zahl k bezeichnen wir den größten ungeraden Teiler von k und schreiben dafür $u(k)$.

Man beweise, dass für jede natürliche Zahl n die Ungleichung $\frac{1}{2^n} \cdot \sum_{k=1}^{2^n} \frac{u(k)}{k} > \frac{2}{3}$ gilt.

361343

Für ein konvexes Viereck $ABCD$ mit den Diagonalen AC und BD seien folgende Winkelgrößen vorausgesetzt:

Winkel	$\sphericalangle CBD$	$\sphericalangle CAD$	$\sphericalangle ABD$	$\sphericalangle BAC$
Größe	10°	20°	40°	50°

Man berechne die Größen der beiden Innenwinkel $|\sphericalangle BCD|$ und $|\sphericalangle ADC|$ des Vierecks $ABCD$.