

36. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklasse 10
Aufgaben – 2. Tag



© 1996 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

361044

Aus dem Schema in Abbildung A 361044 sollen genau acht Zahlen gestrichen werden. Als einzige Bedingung wird gefordert, daß in jeder Zeile und in jeder Spalte genau zwei Zahlen wegfallen.

Beweisen Sie, daß sich nach jeder solchen Streichung dieselbe Summe der acht übrigbleibenden Zahlen ergibt!

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

A 361044

361045

Beweisen Sie, daß es zu jeder natürlichen Zahl n eine natürliche Zahl z gibt, die im dekadischen System unter (gegebenenfalls mehrfacher) Verwendung von genau zwei verschiedenen Ziffern geschrieben wird und durch n teilbar ist!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

361046

In einem Quadrat $ABCD$ werden um die Eckpunkte diejenigen Viertelkreisbögen konstruiert, die jeweils zwei der übrigen Eckpunkte miteinander verbinden. Im Innern des Quadrates $ABCD$ liegen vier Schnittpunkte E, F, G, H von jeweils zwei der Viertelkreisbögen. Sie sind die Eckpunkte eines kleineren Quadrates Q . Außerdem aber sind E, F, G, H auch die Endpunkte von Teilbögen der Viertelkreise; diese Teilbögen bilden ein Kreisbogenviereck V . Schließlich werde derjenige Kreis K konstruiert, der dem Kreisbogenviereck V einbeschrieben ist, indem er die vier Bögen des Kreisbogenvierecks V berührt.

Untersuchen Sie, ob die Flächeninhalte von Q und von K einander gleich sind bzw. welcher dieser beiden Flächeninhalte andernfalls der größere ist!

Hinweis: Bei Verwendung von Näherungswerten (z.B. von dem auf 5 Dezimalen nach dem Komma genauen Näherungswert 3,14159 für π) ist korrektes Arbeiten mit Ungleichungen erforderlich.