

35. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklasse 10
Aufgaben – 2. Tag



© 1995 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

351044

Wir betrachten diejenigen zehnstelligen Zahlen, in denen jede der zehn Ziffern $0, 1, \dots, 9$ genau einmal auftritt.

Beweisen Sie, daß es unter diesen Zahlen mindestens 50 000 gibt, die durch 11 teilbar sind!

351045

Jemand sucht eine Serie $S = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ von n natürlichen Zahlen der Form

$$a_1, a_2 = a_1 + 1, a_3 = a_2 + 1, \dots, a_n = a_{n-1} + 1$$

mit der Eigenschaft, daß keine der Zahlen a_1, a_2, \dots, a_n eine durch 5 teilbare Quersumme hat.

- Welches ist die größtmögliche Länge n , die eine solche Serie S haben kann?
- Wie viele solche Serien S dieser größtmöglichen Länge n gibt es insgesamt im Bereich der natürlichen Zahlen von 1 bis 1000?

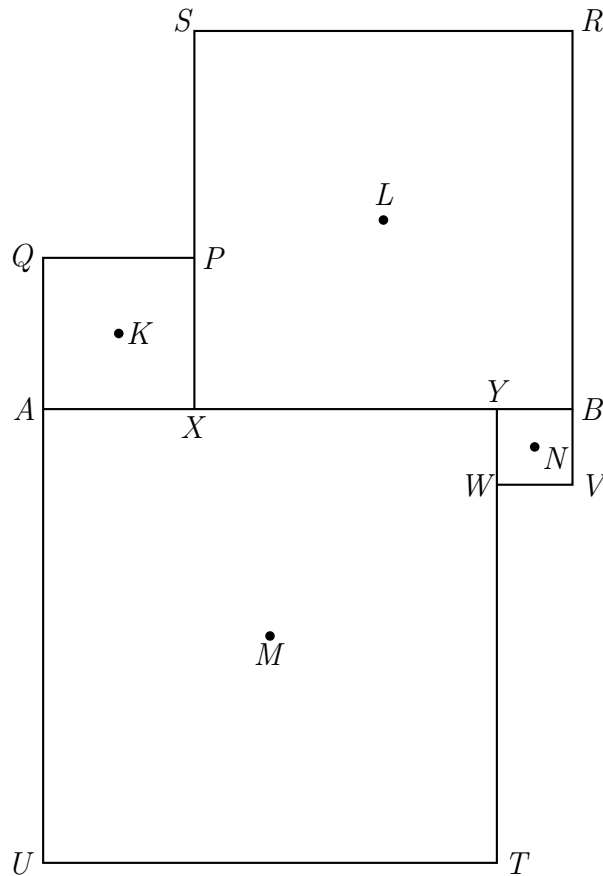
Auf der nächsten Seite geht es weiter!

351046

Ein Schüler zeichnet eine Strecke \overline{AB} und wählt auf ihr zwei beliebige Punkte X und Y . Dann konstruiert er die vier Quadrate $AXPQ$, $XBR S$, $AYTU$ und $YB V W$, so angeordnet, wie in Abbildung A 351046 angegeben. Weiter konstruiert er die Mittelpunkte K , L , M bzw. N dieser Quadrate.

Er vermutet anhand seiner Zeichnung: Die Strecken \overline{KN} und \overline{LM} sind einander gleichlang und stehen aufeinander senkrecht.

Ist diese Vermutung bei jeder Wahl von X und Y auf \overline{AB} wahr?



A 351046