Dr. Horst Sewerin, Kantstr. 2, 65719 Hofheim a.Ts.
(*Delegationsleiter*)
Prof. Dr. Elias Wegert, Dantestr. 19, 09127 Chemnitz
(*stellv. Delegationsleiter*)
Delegationsleitung der deutschen Mannschaft
zur 36. Internationalen Mathematik-Olympiade 1995
in Toronto (Kanada)

Hofheim, den 19. August 1995

Bericht

über die

36. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO), Toronto, 1995

1 Auswahl und Vorbereitung

Die Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft verlief nach dem bewährten Verfahren der Vorjahre. Etwa 90 Schüler qualifizierten sich durch erfolgreiche Teilnahme an der 2. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik oder an Mathematik-Olympiaden für zwei Auswahlklausuren, die Anfang Dezember 1994 geschrieben wurden. Die 16 erfolgreichsten Klausurteilnehmer bildeten den Kandidatenkreis für die deutsche Mannschaft. Dieser Kreis traf sich zu einem verlängerten Wochenende in Rostock, drei Wochenendseminaren in Frankfurt a.M. und der traditionellen Abschlußwoche in Oberwolfach.
Während dieser Zeit wurden regelmäßig Klausuren geschrieben; die sechs Besten bildeten die IMO-Mannschaft, siehe Tabelle 1. In diesem Jahr gab es mit Arend Bayer und Gunther Vogel zwei Schüler mit IMO-Erfahrung. Im nächsten Jahr können alle Schüler außer Alexander Lytchak noch einmal teilnehmen.
Als Delegationsleiter fungierte Dr. Horst Sewerin (Lessing-Gymnasium Frankfurt a.M.) und als stellvertretender Delegationsleiter Prof. Dr. Elias Wegert (Bergakademie Freiberg).
Die Vorbereitungsseminare wurden wieder weitgehend von den erfahrenen Kräften betreut: Dr. W. Bannuscher (U Rostock), Prof. A. Engel (U Frankfurt), Prof. Dr. K. Engel (U Rostock), Prof. Dr. H.-D. Gronau (U Rostock), Prof. Dr. N. Grünwald (Rostock), M. Härterich (U Freiburg), T. Kleinjung (U Bonn), Dr. R. Labahn (U Rostock), E. Müller (TU München), Dr. J. Prestin (U Rostock), Dr. E. Quaisser (U Potsdam), Dr. H. Sewerin (Hofheim a.Ts.), Dr. G. Tiedt (U Rostock), Prof. Dr. E. Wegert (BA Freiberg).

Arend Bayer	Sindelfingen Gymnasium in den Pfarrwiesen	Kl.-Stufe 12
Nico Düvelmeyer	Oberlungwitz Joh.-Kepler-Gym. Chemnitz	Kl.-Stufe 10
Bertram Felgenhauer	Dresden Gymnasium Dresden-Blasewitz	Kl.-Stufe 11
Alexander Lytchak	Köln Friedrich-Wilhelm-Gymnasium	Kl.-Stufe 13
Julius Verrel	Lahr Max-Planck-Gymnasium	Kl.-Stufe 12
Gunther Vogel	Ulm Humboldt-Gymnasium	Kl.-Stufe 12

Tabelle 1: Die deutsche IMO-Mannschaft

30	Goldmedaillen für	≥ 37 Punkte
71	Silbermedaillen für	≥ 29 Punkte
100	Bronzemedaillen für	≥ 19 Punkte
201	Medaillen bei 412 Teilnehmern	

Tabelle 2: Die Punktgrenzen für die Preise

2 Ablauf

Die 36. IMO fand vom 13. bis 25. Juli 1995 in Toronto (Kanada) statt. Die Delegationsleiter reisten am 13. an und verbrachten die Zeit bis zum 20. in der Waterloo University, ca. 120 km westlich von Toronto. Anschließend zogen sie zu den Schülern, die seit 16. Juli mit den stellv. Delegationsleitern auf dem Gelände der York University weilten. Unterbringung und Verpflegung entsprachen einfachem studentischen Niveau. Die Organisation der gesamten Veranstaltung war hervorragend und effektiv. Die deutschen Schüler waren durch Gunter Maag, einen Mathematikstudenten aus Konstanz, der ein Jahr an der Universität North York verbracht hat, mit großer Einsatzbereitschaft und viel Einfühlungsvermögen betreut. Vom 14. bis zum 17. Juli tagte die Internationale Jury, bestehend aus den Delegationsleitern und einem sechsköpfigen Vorstand, um die Aufgaben auszuwählen und die Formulierungen sowie die Übersetzungen in die Muttersprachen festzulegen. Die feierliche Eröffnung fand am 18. Juli im Ford Centre for the Performing Arts, North York, statt. Die beiden viereinhalbstündigen Klausuren wurden am 19. und 20. Juli vormittags geschrieben. Nach der anschließenden Korrektur und Koordination wurde auf der Abschlußsitzung der Jury am Abend des 22. Juli über die Vergabe der Preise entschieden. Während dieser Zeit genossen die Schüler ein umfangreiches Freizeitprogramm, das seinen Höhepunkt in einem gemeinsamen Ausflug mit den Leitern zu den Niagarafällen hatte. Schließlich wurde die Olympiade am 24. Juli mit der Abschlußzeremonie in der Roy Thomson Hall, Toronto, unter Anwesenheit des Gouverneurs von Ontario beendet. Am 25. Juli erfolgte die Rückreise.

3 Der Wettbewerb

Die Aufgaben befinden sich in der Anlage A. Zwei deutsche Vorschläge kamen in die Vorauswahl, bestehend aus 28 von insgesamt 112 eingesendeten Problemen. In diesem Jahr lag die durchschnittlich erreichte Punktzahl pro Schüler bei 18,95 von 42 möglichen Punkten (45,1 %). Damit ist die Schwierigkeit dieser IMO insgesamt nicht allzu hoch; man mußte schon mehr als 5 Aufgaben lösen, um einen 1. Preis zu erlangen (siehe Tabelle 2). Wiederum hat sich die Jury für Aufgaben aus den klassischen Themengebieten entschieden, wobei man sich einig war, etwas mehr Abwechslung in die Geometrie zu bringen, was mit der 5. Aufgabe wohl gelungen ist. Erneut unterlief der Jury eine krasse Fehleinschätzung der Schwierigkeit einer Aufgabe: bedingt durch die Vorauswahl, in der die 2. Aufgabe als leichteste zu Thema *Algebra* eingestuft war, sowie durch einige Alternativlösungen der Delegationsleiter, erkannte man nicht den Charakter dieses Problems als *Alles-oder-nichts-Aufgabe*. Hinzu kam eine sehr strenge, aber konsequent durchgehaltene Auffassung der Koordinatoren, Ansätze und Umformungen, die von den Teilnehmern nicht bis zum endgültigen Beweis geführt werden konnten, kaum durch Punktvergabe zu honorieren. Dementsprechend konnten 299 Teilnehmer (fast 73
Aufgabe keinen einzigen Punkt erreichen ! Im Kontrast dazu gaben die Schüler von China, Rußland, Südkorea und Vietnam bei dieser Aufgabe keinen einzigen Punkt ab. Bei der insgesamt schwerer ausgefallenen Aufgabe 6 blieben nur 290 Schüler ohne Punkterfolg; für 17 Mannschaften gab es bei beiden Aufgaben keinen einzigen Punkt.
Bei der Vergabe der Preise hielt sich die Jury an die Regel, die Anteile von $\frac{1}{12}$ für Gold, $\frac{1}{4}$ für Gold und Silber sowie $\frac{1}{2}$ für Gold, Silber und Bronze möglichst genau von unten zu

Arend Bayer	29 Punkte	Silber
Nico Düvelmeyer	21 Punkte	Bronze
Bertram Felgenhauer	35 Punkte	Silber
Alexander Lytchak	11 Punkte	Anerkennung
Julius Verrel	29 Punkte	Silber
Gunther Vogel	37 Punkte	Gold

Tabelle 3: Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft

Aufgabe	Gebiet	alle	Top 10	deutsches Team
1	ebene Geometrie	72,2 %	98,1 %	83,3 %
2	Ungleichungen	24,4 %	78,1 %	33,3 %
3	kombinatorische Geometrie	44,7 %	87,9 %	78,6 %
4	Folgen	65,6 %	93,8 %	88,1 %
5	ebene Geometrie	48,7 %	93,3 %	83,3 %
6	Zahlentheorie	15,1 %	48,3 %	19,0 %
	alle	45,1 %	83,3 %	64,3 %

Tabelle 4: Die Ergebnisse bzgl. der einzelnen Aufgaben

approximieren. Erstmals seit 1988 wurde wieder ein Sonderpreis vergeben: ein bulgarischer Schüler erhielt diese Auszeichnung für seine besonders herausragende Lösung der 6 Aufgabe. Die Klausurbedingungen waren sehr gut. Ausführliche Hinweise an die Schüler über die einzuhaltenden Spielregeln halfen mit, daß die Jury sich nicht mit Verstößen befassen mußte. Die Arbeitsbedingungen der Jury waren ausgezeichnet; die Leitung der Sitzungen bei Patrick Stewart in den allerbesten Händen. Die Koordination der Arbeiten war sehr streng, aber gerecht und fachlich auf hohem Niveau. Klare, vorher festgelegte Richtlinien sorgten dafür, daß der straffe Zeitplan eingehalten werden konnte. Alle von den Schülern beschriebenen Blätter wurden nach den Klausuren kopiert. Diese Kopien wurden bei der Koordination zusammen mit den Originalen benutzt.

4 Gesamtüberblick

An der 36. IMO nahmen Mannschaften aus 73 Ländern mit 412 Schülern teil. Die Ergebnisübersicht befindet sich in Anlage B.Zum ersten Mal nahmen Malaysia und Sri Lanka teil. Nach einer Unterbrechung waren Rest-Jugoslawien, Aserbaidschan und Kasachstan wieder dabei, während Luxemburg diesmal keine Vertreter geschickt hatte. Unter den Teilnehmern befanden sich etwa 25 Mädchen; je eine Schülerin aus China und dem Iran erhielten eine Goldmedaille. Während das Team aus den USA im letzten Jahr die Idealpunktzahl 252 erreichen konnte, gab es diesmal für diese Mannschaft keine einzige Goldmedaille. Alle weiteren Schwankungen lassen sich durch den ständigen Wechsel der teilnehmenden Schüler deuten.

5 Die deutsche IMO-Mannschaft

Auch die deutschen Schüler haben im Rahmen ihrer Möglichkeiten abgeschnitten (siehe Tabelle 3). Nicht immer bedeutet die zweite IMO-Teilnahme eine Verbesserung, und nicht jeder Schüler verkraftet die Nervenanspannung während der Klausuren gleich gut. So kam es, daß erstmals seit 1983 ein deutscher Schüler ohne Medaille blieb und nur eine Anerkennung für die vollständige Lösung einer Aufgabe erhielt, und daß die deutsche Mannschaft in der inofffiziellen Länderwertung mit Platz 15 ihr bisher schwächstes Ergebnis erzielte. Immerhin konnte wieder einer unserer Schüler eine Goldmedaille erringen.

1996	Indien	5. - 17. Juli
1997	Argentinien	Austragung ist klar
1998	Taiwan	Austragung ist klar
1999	Rumänien	Austragung ist klar
2000	Südkorea	Austragung ist klar
2001	USA	Austragung fast sicher
2002	Philippinen	Austragung ist klar
2003	Japan	Austragung ist klar

Tabelle 5: Die Gastgeber der nächsten IMOs

Tabelle 4 zeigt, daß unter Berücksichtigung der Schwierigkeit der 2. und 6. Aufgabe keine besonderen Schwächen festzustellen sind. Der begrenzte Umfang unserer Vorbereitung wird auch in Zukunft das Trainieren spezieller Methoden, mit denen man solche Aufgaben routinemäßig läst, nicht vollständig erlauben; es bleibt auch zu fragen, ob dies überhaupt wünschenswert ist.

6 Ausblick

Einen Überblick über die Ausrichtung der nächsten IMOs gibt Tabelle 5.
Damit findet die IMO im nächsten Jahrzehnt weitgehend im ostasiatischen Raum statt. Die offizielle Anfrage der USA lag lediglich nicht rechtzeitig zu dieser IMO vor; die Absicht auf Austragung im Jahr 2001 ist seriös. Erneut ist die Frage nach der Altersbeschränkung der Teilnehmer auf 19 Jahre aufgekommen. Man wartet u.a. auf die Entwicklung in Deutschland (Hochschulreife nach 12 oder 13 Schuljahren).

7 IMO-Advisory Board

Das Advisory Board (IMOAB) hat in einer gemeinsamen Sitzung der Jury einige Anträge zum Beschluß vorgelegt. Nach wie vor ist zwar jede IMO eine Einzelveranstaltung, aber alle Gastgeberländer respektieren die gewachsenen Regularien, die vom IMOAB zusammengefaßt und jedes Jahr von der Jury durch Beschlüsse fortgeschrieben werden. So wurde eine Beschreibung der Aufgaben der stellvertretenden Delegationsleiter verabschiedet, die Mitgliedschaft eines Vertreters des übernächsten Gastgeberlandes im IMOAB beschlossen und das IMOAB beauftragt, die Einrichtung eines Trust Funds zu prüfen, der in geeigneten Situationen rasche finanzielle Unterstützung geben kann, wie etwa bei Reisekostenzuschüssen für Teilnehmer ärmster oder durch Kriege geschwächter Länder. Zurückgewiesen wurde eine Bestimmung, nach der jeder Teilnehmer Staatsbürger seines Landes sein oder dort eine Aufenthaltsgenehmigung haben müsse. Hier meinte die Jury, daß im Lichte des Charakters der IMO als Individualwettbewerb jedem Land die Festlegung der Auswahl seiner Mannschaft selbst überlassen sein sollte. Personelle Veränderungen ergaben sich nicht; im Jahr 1996 werden die ständigen Mitglieder des IMOAB wieder neu gewählt.

A Die Aufgaben der 36. IMO

1. Tag

1. Die vier verschiedenen Punkte A, B, C und D liegen in dieser Reihenfolge auf einer Geraden. Die Kreise mit den Durchmessern AC bzw. BD schneiden sich in den Punkten X und Y. Die Geraden XY und BC schneiden sich im Punkt Z. Es sei P ein von Z verschiedener Punkt auf der Geraden XY. Die Gerade CP schneidet den Kreis mit dem Durchmesser AC in den Punkten C und M; die Gerade BP schneidet den Kreis mit dem Durchmesser BD in den Punkten B und N. Man beweise, daß sich die Geraden AM, DN und XY in einem Punkt schneiden.
(Bulgarien)

2. Es seien a, b und c positive reelle Zahlen mit $abc = 1$. Man beweise:

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}.$$

(Rußland)

3. Man bestimme alle natürlichen Zahlen $n > 3$, für die es n Punkte $A_1, A_2, \ldots, A_n$ in der Ebene sowie reelle Zahlen $r_1, r_2, \ldots, r_n$ gibt, so daß gilt:

(i) Keine drei der Punkte $A_1, A_2, \ldots, A_n$ liegen auf einer Geraden;
(ii) Für jedes Tripel i, j, k $(1 \leq i < j < k \leq n)$ hat das Dreieck $A_iA_jA_k$ den Flächeninhalt $r_i + r_j + r_k$.

(Tschechien)

2. Tag

4. Man bestimme den größten Wert von x_0, für den es eine Folge positiver reeller Zahlen $x_0, x_1, \ldots, x_{1995}$ mit den folgenden Eigenschaften gibt:

(i) $x_0 = x_{1995}$;
(ii) $x_{i-1} + \frac{2}{x_{i-1}} = 2x_i + \frac{2}{x_i}$ für alle $i = 1, 2, \ldots, 1995$.

(Polen)

5. Es sei $ABCDEF$ ein konvexes Sechseck mit

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$,
$\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA}$, und
$\sphericalangle DCB = \sphericalangle AFE = 60^\circ$.

Es seien G und H zwei innere Punkte des Sechsecks mit $\sphericalangle AGB = \sphericalangle DHE = 120^\circ$. Man beweise:

$$\overline{AG} + \overline{GB} + \overline{GH} + \overline{DH} + \overline{HE} \geq \overline{CF}.$$

(Neuseeland)

6. Es sei p eine ungerade Primzahl. Man bestimme die Anzahl aller Teilmengen A der Menge $\{1, 2, \ldots, 2p\}$, für die gilt:

(i) A hat genau p Elemente;
(ii) Die Summe aller Elemente von A ist durch p teilbar.

(Polen)

B 36. IMO - Länderübersicht

Nr.	Land	Punkte	G	S	B	Nr.	Land	Punkte	G	S	B
1.	China	236	4	2	-	38.	Kolumbien	100	-	1	2
2.	Rumänien	230	4	2	-	39.	Lettland	97	-	1	1
3.	Rußland	227	4	2	-		Schweiz(5)	97	-	2	-
4.	Vietnam	220	2	4	-	41.	Südafrika	95	-	-	2
5.	Ungarn	210	3	1	2	42.	Mongolei	91	-	-	1
6.	Bulgarien	207	1	4	1	43.	Österreich	88	-	-	1
7.	Südkorea	203	2	3	1	44.	Brasilien	86	1	-	-
8.	Iran	202	2	3	1	45.	Niederlande	85	-	-	2
9.	Japan	183	1	3	2	46.	Neuseeland	84	-	1	1
10.	Großbritannien	180	2	1	3	47.	Belgien	83	-	-	1
11.	USA	178	-	3	3	48.	Georgien	79	-	1	-
12.	Taiwan	176	-	4	1	49.	Dänemark	77	-	-	1
13.	Israel	171	1	2	2	50.	Litauen	74	-	-	-
14.	Indien	165	-	3	3	51.	Spanien	72	-	-	1
15.	Deutschland	162	1	3	1	52.	Norwegen	70	-	-	1
16.	Polen	161	-	1	5	53.	Indonesien	68	-	-	1
17.	Jugoslawien	154	-	2	3	54.	Griechenland	66	-	-	1
	Tschechien	154	-	1	5	55.	Kuba(4)	59	-	-	-
19.	Kanada	153	-	2	3	56.	Estland	55	-	-	-
20.	Hong Kong	151	-	2	3	57.	Kasachstan	54	-	-	-
21.	Australien	145	-	1	4	58.	Mexiko	43	-	-	1
	Slowakei	145	-	2	2		Zypern	43	-	-	-
23.	Ukraine	140	1	1	1	60.	Slowenien(5)	42	-	-	-
24.	Marokko	138	-	1	4	61.	Irland	41	-	-	-
25.	Türkei	134	-	2	3	62.	Macao	33	-	-	-
26.	Italien	131	-	-	5	63.	Trinidad & Tobago	32	-	-	-
	Singapur	131	-	2	2	64.	Aserbaidschan(3)	30	-	-	-
	Weißrußland	131	-	1	3	65.	Kirgisien	28	-	-	-
29.	Argentinien	129	-	2	2		Philippinen	28	-	-	1
30.	Frankreich	119	1	-	2	67.	Portugal	26	-	-	-
31.	Mazedonien	117	-	1	3	68.	Island(4)	19	-	-	-
32.	Armenien	111	-	2	1	69.	Bosnien	18	-	-	-
	Kroatien	111	-	-	3	70.	Chile(2)	14	-	-	-
34.	Thailand	107	-	1	2	71.	Sri Lanka(1)	10	-	-	-
35.	Schweden	106	-	-	2	72.	Malaysia(2)	1	-	-	-
36.	Finnland	101	-	-	3	73.	Kuwait(2)	0	-	-	-
	Moldawien	101	-	1	1						

Tabelle 6: Die deutsche IMO-Mannschaft

Jede Mannschaft bestand aus 6 bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülern.