Prof. Dr. Hans-Dietrich Gronau
Dubnaring 10 a
17491 Greifswald
Tel.: (03834) 811255
——————————————-
Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
PF 999
18051 Rostock
Tel.: (0381) 369331
e-mail: nfa002 nfa.uni-rostock.de

*Delegationsleiter der deutschen Mannschaft
zur 34. Internationalen Mathematik-Olympiade
1993 in Istanbul, Türkei*

Greifswald, den 31. Juli 1993

# Bericht

über die

**34. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO)
Istanbul, Türkei, 1993**

## 1 Auswahl und Vorbereitung

Die Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft verlief nach bewährtem Verfahren des Vorjahres. Ca. 130 Schüler qualifizierten sich durch die erfolgreiche Teilnahme an der 2. Runde des Bundeswettbewerbes Mathematik oder an Mathematik-Olympiaden für 2 Auswahlklausuren, die Anfang

| | | |
|---|---|---|
| *Eike Lau* | Hamburg<br>Gymnasium Ohmoor | Kl.-Stufe 13 |
| *Manuel Moos* | Heidelberg<br>Bunsen Gymnasium | Kl.-Stufe 13 |
| *Jan-Christoph Puchta* | Waldkirch<br>Geschwister-Scholl-Gymnasium | Kl.-Stufe 13 |
| *Stefan Schwarz* | Erfurt<br>Gymnasium 7 | Kl.-Stufe 12 |
| *Jakob Stix* | Stegen<br>Kolleg St. Sebastian | Kl.-Stufe 13 |
| *Martin Wiechert* | Erlangen<br>Gymnasium Fridericianum | Kl.-Stufe 13 |

Tabelle 1: Die deutsche Mannschaft

Dezember 1992 geschrieben wurden. Die 16 erfolgreichsten Klausurteilnehmer bildeten den Kandidatenkreis für die deutsche Mannschaft. Für diese gab es Seminare an einem verlängerten Wochenende in Rostock, 3 Wochenenden in Frankfurt / Main und die traditionelle Abschlußwoche in Oberwolfach. Während dieser Zeit wurden insgesamt 6 Klausuren geschrieben. Die 6 Besten bildeten die IMO-Mannschaft, s. Tabelle 1.
In diesem Jahr waren 6 ehemaligen IMO-Preisträger unter den Kandidaten, wovon sich 5 wiederum qualifizieren konnten. Besonders bemerkenswert ist, daß die deutsche Mannschaft in diesem Jahr nur aus Abiturienten bestand.
Als stellvertretende Delegationsleiter fungierte wie im Vorjahr Herr Thorsten Kleinjung, Bonn.

## 2 Ablauf

Die 34. IMO fand vom 13. bis 24.7.1993 in Istanbul statt.
Die Organisation war in jeder Beziehung ausgezeichnet.
Nach einjähriger Pause (33. IMO, Moskau, Rußland) war Deutsch neben Englisch, Französisch und Russisch wieder eine offizielle Sprache. Ich hatte vor einem Jahr gegen das Streichen von Deutsch protestiert.
Die Olympiade fand bei den Politikern (z.B. nahm der stellvertretende Ministerpräsident Prof. Inönü an der Eröffnungsveranstaltung persönlich teil)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 35 | Goldmedaillen | für | $\geq$ | 30 Punkte (von 42) |
| 66 | Silbermedaillen | für | $\geq$ | 20 Punkte |
| 97 | Bronzemedaillen | für | $\geq$ | 11 Punkte |
| 198 | Medaillen | bei | 412 | Teilnehmern |

Tabelle 2: Die Punktgrenzen für die Preise

und den türkischen Medien eine außerordentlich große Resonanz (was man bislang in Deutschland leider nicht feststellen konnte).

# 3 Der Wettbewerb

Die Aufgaben befinden sich in der Anlage A.
Der mathematische Teil des Wettbewerbes stand wiederum auf einem hohen Niveau. Es gab eine Reihe von interessanten Aufgabenvorschlägen; die Auswahl und Aufbereitung durch die Aufgabenkommission waren sehr gut. Lediglich die Einschätzung des Schwierigkeitsgrades durch Aufgabenkommission und Jury wich teilweise (wiederum) erheblich von den Ergebnissen der Schüler ab.
Die Olympiade stellte sich als eine der schwersten in der Geschichte heraus. So wurden durchschnittlich 12.6 Punkte (von 42), d.h. 30%, erreicht.
Laut Reglement, das dem der letzten Jahre entsprach, sollten einerseits nicht mehr als 50% der Teilnehmer einen Preis erhalten und andererseits die Anzahlen der 1. zu 2. zu 3. Preisen etwa das Verhältnis 1:2:3 haben. Die Jury hielt sich traditionell an diese Regel, wobei sie aber auch möglichst vielen Schülern einen Preis verlieh. Die Punktgrenzen werden in Tabelle 2 angegeben.
Schließlich sei auch erwähnt, daß die Punktgrenzen für die Gold- und Silbermedaillen noch nie so niedrig waren und für die Bronzemedaillen nur 1971 ebenfalls bei 11 Punkten lag.
Die Klausurbedingungen waren vorbildlich.
Die Arbeitsbedingungen der Jury waren ausgezeichnet.
Die Koordination verlief hart, fair und sehr gründlich. Geplant war pro Aufgabe und Team eine halbe Stunde. Wir benötigten zusammen 10 Stunden!

| | | |
|---|---|---|
| *Jakob Stix* | 39 Punkte | Gold |
| *Martin Wiechert* | 37 Punkte | Gold |
| *Stefan Schwarz* | 32 Punkte | Gold |
| *Eike Lau* | 30 Punkte | Gold |
| *Manuel Moos* | 27 Punkte | Silber |
| *Jan-Christoph Puchta* | 24 Punkte | Silber |

Tabelle 3: Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft

# 4 Gesamtüberblick

An der 34. IMO nahmen 73 Länder aktiv mit 412 Schülern teil.
Die Ergebnisübersicht befindet sich in Anlage B.
Im Vergleich zu 1992 waren erstmals dabei: Albanien, Armenien, Aserbaidschan, Bosnien, Estland, Georgien, Kasachstan, Kirgisien, Kroatien, Lettland, Litauen, Makedonien, Moldavien, Nordzypern, Slovenien, Turkmenistan, Ukraine, Weißrußland,
Ferner nahmen Algerien, Bahrain, Kuweit und Luxemburg nach einer Pause wieder teil.
Statt der Tschechoslovakei nahmen die beiden Nachfolgestaaten Slovakei und Tschechei teil.
Im Vergleich zu 1992 fehlten: Griechenland, Jugoslawien (bzw. Serbien und Montenegro), Nordkorea, Tunesien, Zypern.
Eine übergreifende Mannschaft der GUS gab es auch nicht wieder.
Als zusätzlicher Beobachter nahm Chile teil.

# 5 Die deutsche IMO-Mannschaft

Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war sehr gut, s. Tabelle 3. Vor allem am zweiten Tag gelang der Mannschaft ein phantastisches Resultat, es wurden nur ganze 3 Punkte (von 126) abgegeben.
Der Vergleich der erreichten Ergebnisse (in Prozent) aller IMO-Teilnehmer, der Schüler der *Top 10* - Mannschaften sowie der deutschen Mannschaft gibt Aufschluß darüber, wie unsere Schüler die Aufgaben im Vergleich bewältigten, s. Tabelle 4.

| Aufgabe | Gebiet | alle | Top 10 | deutsches Team |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Zahlentheorie / Polynome | 29.0% | 73.6% | 69.0% |
| 2 | Geometrie | 27.7% | 60.2% | 31.0% |
| 3 | Diskrete Mathematik | 16.2% | 43.8% | 57.1% |
| 4 | Geometrie | 33.0% | 67.9% | 97.6% |
| 5 | Funktionalgleichung | 48.5% | 85.2% | 95.2% |
| 6 | Diskrete Mathematik | 26.0% | 59.3% | 100.0% |

Tabelle 4: Die Ergebnisse bzgl. der einzelnen Aufgaben

| | | |
|---|---|---|
| 1994 | Hong Kong | Austragung ist klar |
| 1995 | Canada | Austragung ist klar |
| 1996 | Indien | Austragung ist klar |
| 1997 | Argentinien | Austragung höchstwahrscheinlich |
| 1998 | Taiwan | Austragung höchstwahrscheinlich |
| 1999 | Rumänien | Interesse bekundet |
| 2000 | Südkorea | Interesse bekundet |
| 2001 | USA | Interesse bekundet |
| 2002 | ? | |
| 2003 | Japan | Interesse bekundet |

Tabelle 5: Die Gastgeber der nächsten IMOs

Wiederum fällt die große Schwäche unserer Schüler in der *reinen* Geometrie (2. Aufgabe) auf, obwohl in der Vorbereitung gerade hierauf ein besonderer Schwerpunkt gelegt wurde.

# 6 Ausblick

Die gegenwärtige Situation über die Ausrichtung der nächsten IMOs ist in Tabelle 5 angegeben.

# A Aufgaben der 34. IMO

## 1. Tag

**1.** Es seien $n > 1$ eine ganze Zahl und $f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3$.
Man beweise, daß $f(x)$ nicht als Produkt zweier Polynome dargestellt werden kann, wobei beide Polynome jeweils ausschließlich ganzzahlige Koeffizienten haben und vom Grad mindestens 1 sind ! (Irland)

**2.** Gegeben seien ein spitzwinkeliges Dreieck $ABC$ und ein Punkt $D$ innerhalb des Dreiecks, so daß

$$\sphericalangle ADB = \sphericalangle ACB + 90^\circ$$

und

$$\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{AD} \cdot \overline{BC}$$

gilt.
**a)** Man berechne

$$\frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}!$$

**b)** Man beweise, daß die Tangenten an die Umkreise der Dreiecke $ACD$ und $BCD$ im Punkt $C$ aufeinander senkrecht stehen ! (Großbritannien)

**3.** Auf einem unendlichen Schachbrett wird folgendes Spiel gespielt: Zu Beginn sind $n^2$ Spielsteine auf dem Schachbrett in einem $(n \times n)$-Quadrat von benachbarten Feldern so angeordnet, daß auf jedem dieser Felder ein Spielstein liegt. Ein Zug in dem Spiel ist ein Sprung eines Spielsteines in horizontaler oder vertikaler Richtung über ein benachbartes belegtes Feld auf ein unmittelbar dahinter liegendes unbelegtes Feld. Der übersprungene Stein wird anschließend entfernt.
Man bestimme diejenigen Werte von $n$, für welche das Spiel mit nur einem verbleibenden Spielstein beendet werden kann ! (Finnland)

## 2. Tag

**4.** Sind $P, Q$ und $R$ drei Punkte einer Ebene, so bezeichnet man mit $m(PQR)$

das Minimum der Längen der drei Höhen des Dreiecks $PQR$ (wobei $m(PQR) = 0$, falls $P, Q$ und $R$ kollinear sind). Gegeben seien die Punkte $A, B$ und $C$ in der Ebene. Man zeige, daß für jeden Punkte $X$ in der Ebene gilt:

$$m(ABC) \leq m(ABX) + m(AXC) + m(XBC).$$

(Makedonien)

**5.** Es sei $I\!N = \{1, 2, 3, \ldots\}$. Man untersuche, ob es eine Funktion $f : I\!N \to I\!N$ gibt, mit

$$\begin{aligned} f(1) &= 2, \\ f(f(n)) &= f(n) + n \quad \text{für alle } n \in I\!N \textit{ und} \\ f(n) &< f(n+1) \quad \text{für alle } n \in I\!N \,. \end{aligned}$$

(Deutschland)

**6.** Es sei $n > 1$ eine ganze Zahl. Weiter seien $n$ Lampen $L_0, L_1, \ldots, L_{n-1}$ gegeben, die in einem Kreis angeordnet sind. Jede Lampe ist entweder AN oder AUS. Eine Folge von Operationen $S_0, S_1, \ldots, S_i, \ldots$ wird ausgeführt. Dabei beeinflußt die Operation $S_j$ nur die Lampe $L_j$, alle anderen Lampen bleiben unverändert. Die Operation $S_J$ wird wie folgt definiert:

Falls $L_{j-1}$ AN ist, so wird der Status von $L_j$ verändert, d.h.
aus AN wird AUS bzw. aus AUS wird AN.
Falls $L_{j-1}$ AUS ist, so bleibt $L_j$ unverändert.

Die Lampen sind modulo $N$ angeordnet, d.h. $L_{-1} = L_{n-1}, L_0 = L_n, L_1 = L_{n+1}$, usw. Zu Beginn sind alle Lampen AN. Man beweise:

**a)** Es existiert eine positive ganze Zahl $M(n)$, so daß nach $M(n)$ Operationen alle Lampen wieder AN sind.

**b)** Falls $n$ von der Form $2^k$ ist, so sind nach $n^2 - 1$ Operationen alle Lampen AN.

**c)** Falls $n$ von der Form $2^k + 1$ ist, so sind nach $n^2 - n + 1$ Operationen alle Lampen AN. (Niederlande)

Arbeitszeit: $4\frac{1}{2}$ Stunden an jedem Tag.
Bei jeder Aufgaben waren 7 Punkte erreichbar.

# B 34. IMO - Länderübersicht

| No. | Land | Punkte | G | S | B | No. | Land | Punkte | G | S | B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | China | 215 | 6 | - | - | 38. | Weißrußland (4) | 54 | - | 1 | 1 |
| 2. | Deutschland | 189 | 4 | 2 | - | 39. | Schweden | 51 | - | 1 | 1 |
| 3. | Bulgarien | 178 | 2 | 4 | - | 40. | Marokko | 49 | - | - | 1 |
| 4. | Rußland | 177 | 4 | 1 | 1 | 41. | Thailand | 47 | - | - | 2 |
| 5. | Taiwan | 162 | 1 | 4 | 1 | 42. | Argentinien | 46 | - | 1 | 1 |
| 6. | Iran | 153 | 2 | 3 | 1 | | Schweiz (4) | 46 | - | 1 | 1 |
| 7. | USA | 151 | 2 | 2 | 2 | 44. | Norwegen (5) | 44 | - | - | 2 |
| 8. | Ungarn | 143 | 3 | 1 | 2 | 45. | Neuseeland | 43 | - | - | 2 |
| 9. | Vietnam | 138 | 1 | 4 | 1 | | Slovenien (5) | 43 | - | - | 2 |
| 10. | Tschechei | 132 | 1 | 2 | 3 | | Spanien | 43 | - | 1 | 1 |
| 11. | Rumänien | 128 | 1 | 2 | 3 | 48. | Makedonien (4) | 42 | - | - | 3 |
| 12. | Slovakei | 126 | 1 | 3 | 1 | 49. | Litauen | 41 | - | - | - |
| 13. | Australien | 125 | 1 | 2 | 3 | 50. | Irland | 39 | - | - | 1 |
| 14. | Großbritannien | 118 | - | 3 | 3 | 51. | Portugal | 35 | - | - | 1 |
| 15. | Indien | 116 | - | 4 | 1 | 52. | Aserbaidschan (5) | 33 | - | - | 1 |
| | Südkorea | 116 | - | 3 | 3 | | Finnland | 33 | - | - | - |
| 17. | Frankreich | 115 | 2 | 1 | 1 | | Philippinen | 33 | - | - | 1 |
| 18. | Canada | 113 | 1 | 1 | 3 | 55. | Kroatien | 32 | - | - | 1 |
| | Israel | 113 | 1 | 2 | 2 | 56. | Estland | 31 | - | - | 1 |
| 20. | Japan | 98 | - | 2 | 3 | 57. | Südafrika | 30 | - | - | - |
| 21. | Ukraine | 96 | - | 2 | 3 | | Trinidad & Tobago | 30 | - | - | - |
| 22. | Österreich | 87 | - | 1 | 4 | 59. | Moldavien | 29 | - | - | - |
| 23. | Italien | 86 | 1 | - | 2 | 60. | Kirgisien (5) | 28 | - | - | - |
| 24. | Türkei | 81 | - | 1 | 2 | 61. | Mongolei | 26 | - | - | 1 |
| 25. | Kasachstan | 80 | - | 1 | 3 | 62. | Macau | 24 | - | - | - |
| 26. | Georgien | 79 | - | 1 | 3 | | Mexiko | 24 | - | - | 1 |
| | Kolumbien | 79 | - | - | 4 | 64. | Island (4) | 23 | - | - | - |
| 28. | Armenien | 78 | 1 | 1 | - | 65. | Luxemburg (1) | 20 | - | 1 | - |
| | Polen | 78 | - | 2 | 1 | 66. | Albanien | 18 | - | - | - |
| 30. | Singapur | 75 | - | 1 | 3 | 67. | Nordzypern | 17 | - | - | - |
| 31. | Lettland | 73 | - | 2 | 1 | 68. | Bahrein | 16 | - | - | - |
| 32. | Dänemark | 72 | - | 1 | 3 | | Kuweit | 16 | - | - | - |
| 33. | Hong Kong | 70 | - | - | 4 | 70. | Indonesien | 15 | - | - | - |
| 34. | Brasilien | 60 | - | - | 1 | 71. | Bosnien (2) | 14 | - | - | 1 |
| 35. | Niederlande | 58 | - | - | 1 | 72. | Algerien (5) | 9 | - | - | - |
| 36. | Kuba | 56 | - | 1 | 1 | | Turkmenistan (2) | 9 | - | - | - |
| 37. | Belgien | 55 | - | - | 1 | | | | | | |

Jede Mannschaft bestand aus 6 bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülern.
Ein Schüler aus Turkmenistan wurde disqualifiziert.