

Prof. Dr. Hans-Dietrich Gronau  
Universität Rostock, FB Mathematik  
18051 Rostock  
Tel.: (0381) 4986600  
e-mail: gronau@mathematik.uni-rostock.de  
*Delegationsleiter der deutschen Mannschaft*



Glasgow, den 30. Juli 2002

## Bericht über die **43. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) Glasgow, Großbritannien, 2002**

Die 43. Internationale Mathematik-Olympiade fand vom 19.-30. Juli in Glasgow, Großbritannien, statt. Mit 84 Ländern und 479 Teilnehmern wurden bei dieser Olympiade wieder neue Rekorde aufgestellt. Bisher gab es 4 IMOs mit mindestens 80 Teilnehmerländern: 83 in den USA 2001, 82 in Argentinien 1997 und Südkorea 2000, 81 in Rumänien 1999. Bezüglich der Teilnehmerzahl wurde der bisherige Rekord aus dem Vorjahr in den USA um 6 überboten.

Die deutsche Mannschaft bestand aus 6 Schülern, s. Tabelle 1, dem Berichterstatter als Delegationsleiter und Dr. Thorsten Kleinjung (Bonn) als stellvertretendem Delegationsleiter.

Name	Wohnort	Schule	Klasse
Richard Bamler	Gilching	C.-Probst-Gym. Gilching	11
Thomas Jäger	Fulda	Winfriedschule Fulda	13
Philipp Lampe	Rheine	Gym. Dionysianum Rheine	13
Rudolf Polzer	Rodgau	Einhard-Schule Seligenstedt	13
Christian Reiher	Scheyern	Schyren-Gym. Pfaffenhofen	12
Michael Tyomkyn	Augsburg	Gym. Königsbrunn	12

Tabelle 1: Die deutsche Mannschaft

## 1 Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft

Die Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft verlief nach dem Verfahren der Vorjahre. 85 Schüler qualifizierten sich durch die erfolgreiche Teilnahme an der 2. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik oder an der Deutschland-Olympiade, der 4. Stufe der Mathematik-Olympiaden, für 2 Auswahlklausuren, die Anfang Dezember 2001 geschrieben wurden. 76 dieser Schüler

nahmen hieran teil. Die 17 erfolgreichsten Klausurteilnehmer bildeten den Kandidatenkreis für die deutsche Mannschaft. Für diese gab es Seminare an einem verlängerten Wochenende in Rostock (6 Tage, unter Leitung des Berichterstatters), 3 Wochenenden in Bad Homburg (jeweils 2 Tage) und die traditionelle Abschlusswoche in Oberwolfach (7 Tage, unter Leitung von Prof. A. Engel). Während dieser Zeit wurden insgesamt 7 Klausuren von allen Kandidaten geschrieben. Da sich danach eine klare Rangfolge ergab, waren ausnahmsweise keine Stichklausuren notwendig. Die 6 Besten qualifizierten sich für die IMO-Mannschaft, s. Tabelle 1.

Die Seminare wurden von folgenden Mentoren geleitet: Dr. W. Bannuscher (U Rostock), A. Bayer (U Bonn), Dr. Christian Bey (U Rostock), Prof. A. Engel (U Frankfurt), Prof. Dr. H.-D. Gronau (U Rostock), Prof. Dr. N. Grünwald (FH Wismar), Dr. T. Kleinjung (MPI Bonn), Dr. R. Labahn (U Rostock), Dr. U. Leck (U Rostock), Dr. E. Müller (München), Prof. Dr. J. Prestin (U Lübeck), Prof. Dr. E. Quaisser (U Potsdam), Prof. Dr. J. Roßmann (U Rostock), G. Vogel (U Bonn).

Die gesamte organisatorische Vorbereitung und Durchführung der Klausuren, der Seminare, der Reise etc. wurden wiederum vom IMO-Organisationsbüro unter Leitung von Herrn H.-H. Langmann in gewohnt perfekter Weise abgewickelt. Ihm sei herzlich gedankt.

## 2 Der Ablauf der 43. IMO

Der Berichterstatter reiste am 19. Juli an. Die Unterbringung erfolgte zunächst, bis zur 2. Klausur, in dem kleinen abgelegenen Ort Dunblane im dortigen Hilton-Hotel. Hier fanden auch alle Sitzungen der Jury zur Auswahl der Aufgaben, für die Übersetzungen in die 55 Sprachen der Teilnehmer etc. statt.

Die Schüler und der stellvertretende Delegationsleiter reisten am 22. Juli an und waren in der Strathclyde-University Glasgow untergebracht. Der Delegationsleiter und sein Stellvertreter zogen am 25.7., dem Tag der zweiten Klausur, in das 'Moathouse'-Hotel in Glasgow, da dort die Koordination durchgeführt wurde. Die Eröffnungszeremonie fand am 23. Juli in der Barony-Hall der Strathclyde-University statt. Neben verschiedenen kurzen Reden und einem aus zwei Darbietungen bestehendem Kulturprogramm standen vor allem die Teilnehmer im Mittelpunkt, die sich in einer Parade vorstellten.

Am 24. und 25.7. wurden vormittags die beiden  $4\frac{1}{2}$ -stündigen Klausuren geschrieben. Die Klausurbedingungen waren sehr gut und besonders fair, da alle Schüler in einem großen Saal unter guten klimatischen Bedingungen und ohne äußere Einflüsse arbeiteten. Am 26. und 27.7. wurden die Schülerlösungen nach der Durchsicht durch die Delegationsleitungen in der Koordination mit Experten des gastgebenden Landes, den Koordinatoren, bewertet. Auf der Abschlussjury Sitzung am Morgen des 28.7. wurde über die Vergabe der Preise entschieden. Schließlich wurde am 29.7. die Olympiade mit der Abschlusszeremonie im Clyde-Auditorium des Scottish Exhibition & Conference Centre in Glasgow mit der Übergabe der Medaillen und einem anschließenden Closing Banquet beendet. Höhepunkt in der Abschlusszeremonie war die Übergabe der Goldmedaillen durch Ihre Königliche Hoheit, Prinzessin Anne.

Für die Schüler gab es ein abwechslungsreiches Freizeit- und Besichtigungsprogramm, u.a. Besichtigungen in Edinburgh und ein Besuch eines Vergnügungs-

parks. Am Nachmittag des 28. war bei einer gemeinsamen Dampferfahrt erstmalig ein längerer Kontakt der Delegationsleitung mit den Schülern möglich. Interessanterweise gab es unter den Guides zwei ehemalige deutsche IMO-Preisträger, die heute in Großbritannien studieren: Peter Wagner (IMO 1997) als Guide für das deutsche und Julian Arndts (IMO 1999) als Guide für das bulgarische Team.

Am 30.7. erfolgte die Rückreise.

### 3 Der Wettbewerb

An der 43. IMO nahmen 84 Länder mit 479 Schülern teil.

Die Ergebnisübersicht befindet sich in Anlage B.

Von den Ländern, die an der IMO 2001 in den USA teilgenommen hatten, waren wieder alle präsent. Nach einjähriger Pause war auch Puerto Rico dabei.

Die internationale Jury, bestehend aus den 84 Delegationsleitern und einem Chairman des veranstaltenden Landes, begann am 19. Juli mit ihrer Arbeit. Als Chairman fungierte Prof. Dr. Adam McBride, der u.a. auch mehrfach Delegationsleiter der Mannschaft aus Großbritannien gewesen war und als exzellenter Kenner der IMOs die Sitzungen sehr umsichtig leitete.

Jedes teilnehmende Land hat das Recht, Aufgabenvorschläge einzureichen. In diesem Jahr wurden 130 Aufgaben aus 41 Ländern den Veranstaltern zugesandt. Eine Aufgabenkommission wählte hieraus im Vorfeld 27 Aufgaben, darunter auch eine aus Deutschland, aus, die die Grundlage für die Arbeit der Jury bildeten. Die Jury bestimmte nach langen Diskussionen schließlich 6 dieser Aufgaben für die beiden Klausuren, die einerseits eine gute Mischung nach Schwierigkeitsgrad und mathematischen Gebieten sein sollen, andererseits aber auch möglichst keine 'Standard'-Lösungen zulassen. Insgesamt war die Jury mit der Vorauswahl und Vorbereitung der Aufgabenkommission sehr zufrieden.

In der Aufgabenkommission und in der Gruppe der rund 50 Koordinatoren befanden sich sehr viele ehemalige IMO-Teilnehmer. Einige von ihnen sind heute schon bekannte Mathematiker. Ein Novum ist sicher, dass mit Timothy Gowers sogar ein Fields-Medallist (1998) als Koordinator einer IMO fungierte. Er selbst gewann 1981 eine Goldmedaille. Auch der bekannte Mathematiker Bela Bollobas, selbst zweifacher IMO-Goldmedaillen-Gewinner in den ersten Jahren, war als Koordinator eingesetzt.

Anschließend wurden die Aufgaben in die offiziellen Sprachen Englisch, Deutsch, Französisch, Russisch und Spanisch übersetzt und von der Jury bestätigt. Jeder Schüler erhält die Aufgaben in der Muttersprache und einer zweiten Sprache seiner Wahl. Demgemäß erarbeiteten die entsprechenden Delegationsleiter die Übersetzungen in die restlichen 50 Sprachen. Auch alle diese Versionen wurden nach Prüfung durch die Jury bestätigt. Insgesamt standen die Aufgaben in 55 Sprachversionen zur Verfügung.

Die Arbeitsbedingungen der Jury waren sehr gut.

Die Aufgaben befinden sich in der Anlage A.

Die Olympiade wird als schwere mit interessanten Aufgaben in die Geschichte eingehen. So wurden durchschnittlich 13.7 Punkte (von 42), d.h. 32.5 %, erreicht. In den Vorjahren waren die Olympiaden etwas schwerer: 1999 mit 31.9 %, 2000 mit 31.7 % und 2001 mit 30.5 %. Die Olympiade war aber für die Spitzenteams eine der schwersten. Zwar gab es 3 Schüler mit voller Punktzahl (2 aus

China, 1 aus Russland), aber es gab keine mit 41, 40, 39, 38 oder 37 Punkten ! Die Aufgaben 3 und 6 erwiesen sich als wirklich harte Brocken auch für die Spitzenteams. So wurde die Aufgabe 3 nur von 14 und die Aufgabe 6 gar nur von 12 Schülern gelöst !

Im exklusiven 'Club der IMO-Teilnehmer mit mindestens 3 Goldmedaillen' (s. unsere Webpage [www.Mathematik-Olympiaden.de](http://www.Mathematik-Olympiaden.de)) gab es wieder Bewegung. Unser Schüler Christian Reiher (3 Gold, 1 Bronze) und der Bulgare Vladimir Barzov (3 Gold, 1 Silber) wurden neu 'aufgenommen'. Christian Reiher könnte im kommenden Jahr das Kunststück einer 4. Goldmedaille gelingen, das bisher nur dem Amerikaner Reid Barton 1998-2001 glückte. Insgesamt gibt es in der 43-jährigen IMO-Geschichte nur 23 Teilnehmer mit mindestens 3 Goldmedaillen. Das Reglement, das seit vielen Jahren festgeschrieben ist, sieht vor, dass nicht mehr als die Hälfte der Teilnehmer einen Preis erhält und dass die Anzahl der 1., 2. und 3. Preise möglichst das Verhältnis 1:2:3 aufweisen sollte. Die diesjährigen Punktgrenzen werden in Tabelle 2 angegeben.

39	Goldmedaillen	für	$\geq$	29 Punkte (von 42)
73	Silbermedaillen	für	$\geq$	23 Punkte
120	Bronzemedailles	für	$\geq$	14 Punkte
232	Medaillen	bei	479	Teilnehmern

Tabelle 2: Die Punktgrenzen für die Preise

Es gab keine Sonderpreise.

## 4 Die deutsche IMO-Mannschaft

Das Ergebnis der deutschen Mannschaft wird in Tabelle 3 mitgeteilt. Obwohl die IMO ein Einzelwettbewerb ist und es keine offizielle Länderwertung gibt, wird immer wieder gerade nach dieser Rangfolge gefragt, s. Anlage B.

Name	Punkte	Preis
Christian Reiher	36	Gold
Thomas Jäger	30	Gold
Michael Tyomkyn	25	Silber
Richard Bamler	20	Bronze
Philipp Lampe	20	Bronze
Rudolf Polzer	13	-

Tabelle 3: Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft

Der 10. Platz der deutschen Mannschaft ist als sehr erfreulich einzustufen, denn es kann ein weiterer Aufwärtstrend nach einem 20. Platz 2000 und einem 14. Platz 2001 festgestellt werden.

Besonders erfreulich ist, dass Christian Reiher seine 3. Goldmedaille gewann. Da es nur 3 Schüler mit mehr als 36 Punkten gibt, rangiert er auf Platz 4 mit 5 weiteren Teilnehmern !

Rudolf Polzer erhielt für die vollständige Lösung einer Aufgabe (7 Punkte) eine 'Honourable Mention'.

Ein Grund für das bessere Abschneiden des deutschen Teams ist sicher darin zu sehen, dass 5 Schüler IMO-Erfahrungen hatten, darunter Christian Reiher und Thomas Jäger schon mit 3 früheren IMOs.

Unsere Mannschaft enthielt drei Abiturienten: Thomas Jäger, Philipp Lampe und Rudolf Polzer. Die drei anderen Schülern Richard Bamler, Christian Reiher und Michael Tyomkyn könnten sich jeweils noch einmal für eine IMO qualifizieren.

Der Vergleich der erreichten Ergebnisse (in Prozent) aller IMO-Teilnehmer, der Schüler der Top-10-Mannschaften sowie der deutschen Mannschaft gibt Aufschluss darüber, wie unsere Schüler die Aufgaben im Vergleich bewältigten, s. Tabelle 4.

Aufgabe	Gebiet	alle	Top 10	deutsches Team
1	Kombinatorik	47.5%	86.2%	90.5%
2	Geometrie	49.0%	90.5%	61.9%
3	Zahlentheorie	8.1%	32.6%	40.5%
4	Zahlentheorie	53.6%	88.1%	73.8%
5	Funktionalgleichung	31.2%	80.2%	50.0%
6	Kombinatorische Geometrie	5.6%	27.4%	26.2%
alle		32.5%	67.5%	57.1%

Tabelle 4: Die Ergebnisse bezüglich der einzelnen Aufgaben

Es fällt auf, dass das deutsche Team vor allem in den schweren Aufgaben (3 und 6) vergleichsweise gut abgeschnitten hat, während sich bei Aufgaben, die mehr vom Standard-Typ sind (2 und 5), Reserven aufzeigen.

## 5 Ausblick

Die gegenwärtige Situation über die Ausrichtung der nächsten IMOs ist in Tabelle 5 angegeben.

Jahr	Land	Ort	Zeitraum
2003	Japan	Tokio	7.-19.7.2003
2004	Griechenland	Athen	4.-18.7.2004
2005	Mexiko	Cancun	
2006	Slowenien		

Tabelle 5: Die nächsten IMOs

Auch für die Jahre 2007-2009 gibt es Interessenten. Es sei daran erinnert, dass der Berichterstatter 2001 die Absicht der Bundesrepublik Deutschland für die Ausrichtung der IMO 2009, also 20 Jahre nach Braunschweig, offiziell bekunden konnte.

## 6 IMO-Advisory-Board

Während der IMO fanden traditionell gemeinsame Sitzungen der Jury mit dem IMO-Advisory-Board statt. Auf dem Programm standen vor allem Neuwahlen des Vorsitzenden und eines Mitgliedes des Boards.

Die Zusammensetzung des IMO-Advisory-Boards nach der Wahl ist in Tabelle 6 angegeben.

Funktion	Name	Land	Amtszeit
Vorsitzender	Dr. J. Pelikan	Ungarn	bis 2006
Sekretär	Prof. J. Webb	Südafrika	bis 2004
Mitglied	Prof. N. Agakhanov	Russland	bis 2004
Mitglied	Dr. T. Andreescu	USA	bis 2006
Mitglied	Dr. F. Ardila	Kolumbien	bis 2006
ex officio IMO 2002	Prof. A. McBride	Großbritannien	bis 2003
ex officio IMO 2003	Prof. R. Ito	Japan	bis 2004
ex officio IMO 2004	Prof. N. Alexandris	Griechenland	bis 2005
ex officio IMO 2005	Dr. M. Perez Segui	Mexiko	bis 2006

Tabelle 6: Die Mitglieder des IMO-Advisory-Board

## 7 IMO-Informationen

Für weitere Informationen über IMOs und andere mathematische Schülerwettbewerbe sei auf die Webpage

<http://www.Mathematik-Olympiaden.de>

des Mathematik-Olympiaden e.V. hingewiesen.

# A Aufgaben der 43. IMO

## 1. Tag

1. Es sei  $n$  eine positive ganze Zahl. Ferner sei  $T$  die Menge der Punkte  $(x, y)$  in der Ebene, wobei  $x$  und  $y$  nichtnegative ganze Zahlen mit  $x + y < n$  sind. Jeder Punkt von  $T$  ist entweder rot oder blau gefärbt. Ist ein Punkt  $(x, y)$  rot, so sind es auch alle Punkte  $(x', y')$  in  $T$  mit  $x' \leq x$  und  $y' \leq y$ . Wir definieren als  $X$ -Menge eine Menge von  $n$  blauen Punkten mit verschiedenen  $x$ -Koordinaten, und als  $Y$ -Menge eine Menge von  $n$  blauen Punkten mit verschiedenen  $y$ -Koordinaten. Man beweise, dass die Anzahl der  $X$ -Mengen mit der Anzahl der  $Y$ -Mengen übereinstimmt ! (Kolumbien)

2. Es sei  $BC$  ein Durchmesser eines Kreises  $\Gamma$  mit dem Mittelpunkt  $O$ . Ferner sei  $A$  ein Punkt auf  $\Gamma$  mit  $0^\circ < \sphericalangle AOB < 120^\circ$ . Der Punkt  $D$  sei der Mittelpunkt desjenigen Kreisbogens  $AB$ , der  $C$  nicht enthält. Die zu  $DA$  parallele Gerade durch  $O$  schneidet die Gerade  $AC$  in  $J$ . Die Mittelsenkrechte von  $OA$  schneidet  $\Gamma$  in  $E$  und  $F$ . Man beweise, dass  $J$  der Inkreismittelpunkt des Dreiecks  $CEF$  ist ! (Südkorea)

3. Man bestimme alle Paare  $(m, n)$  ganzer Zahlen mit  $m, n \geq 3$ , für die es unendlich viele positive ganze Zahlen  $a$  gibt, so dass

$$\frac{a^m + a - 1}{a^n + a^2 - 1}$$

eine ganze Zahl ist !

(Rumänien)

## 2. Tag

4. Es sei  $n$  eine positive ganze Zahl größer als 1. Die positiven Teiler von  $n$  seien  $d_1, d_2, \dots, d_k$  mit  $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ .

Wir definieren  $D = d_1 d_2 + d_2 d_3 + \dots + d_{k-1} d_k$ .

(a) Man beweise:  $D < n^2$

(b) Man bestimme alle Werte von  $n$ , für die  $D$  ein Teiler von  $n^2$  ist ! (Rumänien)

5. Man bestimme alle Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , so dass für alle  $x, y, z, t \in \mathbb{R}$  gilt:

$$(f(x) + f(z))(f(y) + f(t)) = f(xy - zt) + f(xt + yz) \quad (\text{Indien})$$

6. Es seien  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$  Kreise mit Radius 1 in der Ebene, wobei  $n \geq 3$ . Deren Mittelpunkte seien mit  $O_1, O_2, \dots, O_n$  bezeichnet. Es wird angenommen, dass keine Gerade in der Ebene mehr als zwei dieser Kreise schneidet oder berührt. Man beweise:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{O_i O_j} \leq \frac{(n-1)\pi}{4} \quad (\text{Ukraine})$$

Arbeitszeit:  $4\frac{1}{2}$  Stunden an jedem Tag.

Bei jeder Aufgabe waren 7 Punkte erreichbar.

## B 42. IMO - Länderübersicht (inoffiziell)

N	Land	P	G	S	B	N	Land	P	G	S	B
1	China	212	6	-	-	43	Mazedonien	73	-	1	1
2	Russland	204	6	-	-	44	Norwegen	72	1	-	1
3	USA	171	4	1	-	45	Kroatien	70	-	-	2
4	Bulgarien	167	3	2	1	46	Mexiko	67	-	-	3
5	Vietnam	166	3	1	2	47	Griechenland	62	-	-	2
6	Korea	163	1	5	-	48	Moldawien	60	-	-	2
7	Taiwan	161	1	4	1		Schweden	60	-	-	2
8	Rumänien	157	2	3	1		Usbekistan	60	-	-	-
9	Indien	156	1	3	2	51	Peru (5)	59	-	-	2
10	Deutschland	144	2	1	2	52	Belgien	58	-	-	1
11	Iran	143	-	4	2		Venezuela (5)	58	-	1	1
12	Kanada	142	1	3	1	54	Niederlande	55	-	-	1
	Ungarn	142	1	2	3	55	Dänemark	53	-	-	-
14	Weißrussland	135	1	2	3	56	Österreich	50	-	-	1
	Türkei	135	1	1	4		Macau	50	-	-	3
16	Japan	133	1	3	1	58	Slowenien	46	-	-	1
	Kasachstan	133	-	3	3	59	Turkmenistan	45	-	-	1
18	Israel	130	-	3	3	60	Spanien	44	-	-	1
19	Frankreich	127	-	2	3		Schweiz	44	-	-	1
20	Ukraine	124	1	3	-	62	Bosnien & H.	42	-	-	1
21	Brasilien	123	-	1	5	63	Marokko	39	-	-	1
	Polen	123	-	4	1	64	Indonesien	38	-	-	1
	Thailand	123	-	2	2	65	Aserbaidtschan	37	-	-	1
24	Hongkong	120	1	2	2	66	Island	36	-	-	-
25	Slowakei	119	-	2	4	67	Armenien	33	-	-	-
26	Australien	117	1	2	1	68	Zypern	29	-	-	-
27	Großbritannien	116	-	2	2	69	Malaysia	26	-	-	-
28	Tschechien	115	-	2	3	70	Albanien	25	-	-	1
29	Jugoslawien	114	-	1	5		Irland	25	-	-	-
30	Singapur	112	-	2	2	72	Trinidad & Tobago	22	-	-	-
31	Argentinien	96	-	-	5		Tunesien	22	-	-	-
32	Südafrika	90	-	1	3	74	Philippinen (5)	18	-	-	-
33	Italien	88	-	-	5	75	Kirgisien (4)	17	-	-	-
34	Georgien	84	-	-	2		Puerto Rico	17	-	-	-
35	Mongolei	82	-	-	3	77	Sri Lanka (4)	16	-	-	-
	Neuseeland	82	1	-	-	78	Portugal	15	-	-	-
37	Kolumbien	81	-	-	3	79	Luxemburg (2)	12	-	-	-
38	Finnland	79	-	-	3	80	Paraguay (2)	11	-	-	-
39	Kuba	78	-	-	2	81	Guatemala (3)	4	-	-	-
40	Estland	75	-	2	-	82	Ekuador	3	-	-	-
	Lettland	75	-	1	2	83	Kuwait (4)	2	-	-	-
42	Litauen	74	-	1	2	84	Uruguay (1)	1	-	-	-

*Legende:* N - Platzierung, P - Punktzahl,  
G - Anzahl der Goldmedaillen, S - Anzahl der Silbermedaillen, B - Anzahl der  
Bronzemedailles

Jede Mannschaft bestand aus 6 bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülern. Eine vollständige Mannschaft (6 Schüler) konnte maximal 252 Punkte erreichen.